



移动阅读

刘春生,任春平.改进分数阶 Tikhonov 正则化的截割煤岩载荷识别方法[J].煤炭学报,2019,44(1):332-339. doi:10.13225/j.cnki.jccs.2018.1015

LIU Chunsheng, REN Chunping. Identification method of cutting coal and rock load based on improved fractional Tikhonov regularization[J]. Journal of China Coal Society, 2019, 44(1): 332-339. doi: 10.13225/j.cnki.jccs.2018.1015

# 改进分数阶 Tikhonov 正则化的截割煤岩载荷识别方法

刘春生<sup>1</sup>,任春平<sup>1,2</sup>

(1. 黑龙江科技大学,黑龙江 哈尔滨 150022; 2. 哈尔滨工程大学 机电工程学院,黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:**为探究截齿截割煤岩载荷的有效识别方法,实现截割载荷特征的提取与辨识,根据分数阶微积分理论,将经典的整数阶 Tikhonov 正则化推广到分数阶模式,构造改进分数阶滤波因子,提出了一种改进分数阶 Tikhonov 正则化方法和算法。根据时域方法理论建立截割煤岩载荷的识别模型,通过核函数方法将载荷表示为一系列核函数的叠加,测量载荷表示为输入载荷和核函数响应之间的卷积形式,采用离散化将卷积方程转化为线性方程组,利用改进分数阶正则化方法将反求过程转化为一类无约束优化问题,并采用新超记忆梯度法求解目标函数。研究表明:随着分数阶次的增大,均方根误差(RMSE)及迭代次数值呈先减小后增大的趋势,存在着最小 RMSE 和最少迭代次数值,可以判断存在最优的分数阶次,即  $\alpha=0.5$ ,此时载荷识别效果相对理想。与整数阶和分数阶 Tikhonov 正则化方法相比较,改进的算法不仅能够保留较小奇异值对应的分量,且也能抑制较大奇异值对应的分量,从而能够有效克服载荷识别的病态性,且被识别载荷与试验载荷的均方根误差(RMSE)分别为 0.418 2,0.388 4,0.366 5,及迭代次数分别为 19,14,11,具有较高的精度,能够克服其解的光滑性,且载荷细节特征能够较好被识别。据此,改进分数阶正则化方法在截割煤岩载荷识别方面具有更强的抗噪性和鲁棒性,为解决截割煤岩载荷及矿山机械工程中的载荷识别问题提供了一种有效研究方法。

**关键词:**截割煤岩;载荷识别;改进分数阶 Tikhonov 正则化;无约束优化;新超记忆梯度法  
中图分类号:TD421 文献标志码:A 文章编号:0253-9993(2019)01-0332-08

## Identification method of cutting coal and rock load based on improved fractional Tikhonov regularization

LIU Chunsheng<sup>1</sup>, REN Chunping<sup>1,2</sup>

(1. Heilongjiang University of Science and Technology, Harbin 150022, China; 2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** In order to explore the effective identification method of cutting coal and rock load and realize the extraction and identification of cutting load characteristics, according to fractional calculus theory, the classical integral Tikhonov regularization is extended to fractional mode, and an improved fractional filter factor is constructed, an improved fractional Tikhonov regularization method and algorithm are proposed. Based on the theory of time domain method, the identification model of the coal and rock load is established. The load is expressed as a series of kernel functions by the kernel function method. The measured load is expressed as the volume integral form between the input load and the re-

收稿日期:2018-08-01 修回日期:2018-10-22 责任编辑:毕永华

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51674106,51274091)

作者简介:刘春生(1961—),男,山东牟平人,教授,博士生导师。E-mail:liu\_chunsheng@163.com

通讯作者:任春平(1987—),男,黑龙江哈尔滨人,博士研究生。E-mail:renchunpin@sina.com

sponse of the kernel function. The convolution equation is converted into a linear system of equations by discretization, and the improved fractional order regularization method is used to transform the reverse process into a class of unconstrained optimization problems, and the novel super memory gradient method is used to solve the objective function. The results show that with the increase of fractional order, root mean square error (RMSE) and iteration number decrease first and then increase. There are minimum RMSE and minimum iteration number. It can be judged that there is an optimal fractional order, that is  $\alpha=0.5$ . At this time, the load identification effect is relatively ideal. Compared with the integer order and fractional order Tikhonov regularization method, the improved algorithm can not only retain the components corresponding to smaller singular values, but also suppress the components corresponding to larger singular values, thus which can effectively overcome the ill conditioned of load identification, and the Root mean square error (RMSE) of the identified load and the test load (RE) is 0.418 2, 0.388 4, 0.366 5, and the number of iterations is 19, 14, 11, respectively, it has high accuracy, can overcome the smoothness of its solution, and the load details can be well identified. Therefore, the improved fractional regularization method has stronger anti noise and robustness in identifying the load of cutting coal and rock, and provides an effective method for solving the problem of load identification of coal and rock and the problem of load identification in mine mechanical engineering.

**Key words:** cutting coal and rock; load identification; improved fractional Tikhonov regularization; unconstrained optimization; novel super memory gradient method

载荷识别作为一类反问题,其具有病态性(不稳定性),寻求准确解相对是比较困难的,在科学和工程领域中该类问题都具有第一类或者第二类积分方程的形式,由于系统条件数较大的原因,直接利用数值算法是无效的<sup>[1-2]</sup>。探究一种稳定求解反问题方法是国内外学者不断探索的重要课题,许多学者做出了重要的贡献,目前还没有完全成熟的理论研究方法。

反问题的间接处理方法被诸多学者所探究,其中较为经典的为整数阶 Tikhonov 正则化方法。文献[3]探讨了截断奇异值分解(SVD) Tikhonov 正则化对冲击载荷识别的影响。文献[4]利用整数阶 Tikhonov 正则化与迭代算法相结合方式对结合部等效力矢量模型进行更新,辨识出结合部等效动力学参数。文献[5]采用整数阶 Tikhonov 正则化与 L 曲线相结合方法,有效稳定地实现多源动态载荷的重构。文献[6]研究了整数阶 Tikhonov 正则化技术参数对载荷识别的影响。文献[7]探究了基于 Green 函数的整数阶 Tikhonov 正则化与区间理论结合的载荷识别方法。文献[8]结合动态规划方法与整数阶 Tikhonov 正则化算法对结构动态载荷识别进行了探讨。尽管整数阶 Tikhonov 正则化识别方法已被国内外学者探究,并取得诸多重要成果,但在特殊工程应用领域,该识别技术还没有得到完全的应用与推广。

文献[9-10]将离散正则化技术及其修正算法应用到截割煤岩载荷重构中,验证了算法的实用性和稳定性,但收敛率较低。文献[11]探讨基于瑞利随机分布下载荷重构的影响,其重构效果不够理

想。文献[12]采用整数阶 Tikhonov 正则化技术与小波变换相结合的技术,研究了载荷识别的效果。专著[13]预测了分数阶微积分理论与正则化技术相结合的分数阶正则化技术将会是在矿山机械领域中载荷识别的重要研究手段。但有关分数阶正则化方法的研究报道相对较少,且工程应用领域还不够成熟和完善。

本文在以前研究工作基础上,针对上述载荷识别技术在具体应用中存在的缺陷,如系数矩阵不稳定性、抗噪能力弱、正则解平滑等问题,提出一种改进分数阶 Tikhonov 正则化方法,其方法的技术路线为将载荷在时域范围内表示为一系列核函数的叠加形式,系统的测量载荷可表达为识别载荷和核函数的卷积积分,然后通过离散化方法将卷积方程变换为线性方程组,对其进行载荷识别。利用改进分数阶 Tikhonov 正则化方法将载荷识别过程转化为无约束优化问题处理,目标函数采用新超记忆梯度法进行快速求解,最后获得稳定的识别解。

## 1 载荷识别模型

在时域范围内,建立系统的载荷识别模型,将测试载荷表示为被识别载荷和核函数的卷积积分,即载荷识别模型可用 Fredholm 方程表达<sup>[14-15]</sup>:

$$\int_a^b h(t-\tau)z(\tau) d\tau = y(t) \quad (1)$$

式中,  $z(\tau)$  为被识别载荷;  $y(t)$  为测试载荷;  $h(t-\tau)$  为核函数,且  $h(t-\tau) = \frac{\sin \xi(t-\tau)}{\pi(t-\tau)}$ 。

通常情况下,测试载荷响应  $y(t)$  含有一定的噪声  $e(t)$ , 其可表达为如下形式:

$$y_{\delta}(t) = y(t) + e(t)$$

据此,以下表达式可代替式(1),即

$$\int_a^b h(t - \tau)z(\tau) d\tau = y_{\delta}(t) \quad (2)$$

根据矩形公式,离散化处理式(2),其表达如下:

$$\sum_{i=1}^n h(t_k - \tau_i)z(\tau_i)\Delta T = y_{\delta}(t_k) \quad (3)$$

令  $y_{\delta,k} = y_{\delta}(t_k)$ ;  $z_i = z(\tau_i)$ ;  $h_{k-i} = h(t_k - \tau_i)$ 。  $z = (z_1, z_2, \dots, z_{n-1}, z_n)^T$ ;  $Y_{\delta} = (y_{\delta,1}, y_{\delta,2}, \dots, y_{\delta,n-1}, y_{\delta,n})^T$ ;

$A = (a_{k-i})_{n \times n}$ ;  $\Delta T$  表示间隔,且  $\Delta T = \frac{b-a}{n}$ 。

其中,当  $k \neq i$  时,

$$a_{k-i} = h_{k-i}\Delta T = \frac{\sin[\xi(k-i)\Delta T]}{\pi(k-i)}$$

当  $k = i$  时,  $a_{k-i} = h_{k-i}\Delta T = \frac{\xi\Delta T}{\pi}$ ,  $\xi$  为核函数因子。

因此,式(3)被如下表达式代替:

$$AZ = Y_{\delta} \quad (4)$$

式(4)揭示了被识别载荷  $Z$  与测试载荷  $Y_{\delta}$  和识别模型结构参数  $A$  特性关系。但是,载荷识别具有病态性,直接应用数值算法很难获取稳定的识别解。据此,探寻载荷识别的有效方法具有重要的研究意义,然而研究特定形式的正则化方法是直接处理该问题的有效途径。

$$N = \begin{bmatrix} \max\{\lambda^2 - \sigma_1^2, 0\} & & & \\ & \max\{\lambda^2 - \sigma_2^2, 0\} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \max\{\lambda^2 - \sigma_n^2, 0\} \end{bmatrix}$$

当分数阶次  $\alpha$  确定时,正则参数  $\lambda$  可以通过差异原理进行选取<sup>[20]</sup>。

基于上述的改进分数阶 Tikhonov 正则化方法,其滤波因子被描述为

$$\Omega_{\text{NFTR}}(\sigma_i) = \begin{cases} 1, 1 \leq i \leq k \\ \frac{\sigma_i^{\alpha+1}}{\lambda^2}, k < i \leq n \end{cases} \quad (7)$$

然而整数阶及分数阶 Tikhonov 正则化的滤波因子,其具体表达式描述<sup>[21-22]</sup>为

$$\Omega_{\text{TR}}(\sigma_i) = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \lambda^2} \quad (8)$$

$$\Omega_{\text{FTR}}(\sigma_i) = \frac{\sigma_i^{\alpha+1}}{\sigma_i^{\alpha+1} + \lambda^2}$$

式(8)滤波因子的渐进性如下:

## 2 载荷识别方法

为了提高载荷识别的抗噪性及鲁棒性,在以往研究工作基础上,提出了一种改进的分数阶 Tikhonov 正则化方法,以此减少该类反问题存在的缺陷及不足等问题。

### 2.1 改进分数阶 Tikhonov 正则化

根据奇异值分解(SVD)方法,分解式(4)中的矩阵  $A$ ,其分解结果如下<sup>[16-18]</sup>:

$$A = U \sum V^T = \sum_{i=1}^n u_i \sigma_i v_i^T \quad (5)$$

式中,  $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$  和  $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  分别为由左奇异向量和右奇异向量构成的列正交矩阵。并且  $\sum$  为矩阵  $A$  的奇异值所构造的对角矩阵,

$\sum = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ , 且  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$ 。

根据分数阶微积分理论的思想,重点基于分数阶 Tikhonov 正则化理论方法<sup>[19]</sup>,给出了一种改进分数阶 Tikhonov 正则化方法,其方法的核心在于将处理载荷识别这类反问题的思想转化为一类无约束优化问题,其目标函数被表述为

$$\min J(Z) = \{ \|AZ - Y_{\delta}\|_s^2 + \|LY_{\delta}\|_2^2 \} \quad (6)$$

式中,  $\|Y_{\delta}\|_s^2 = Y_{\delta}^T S Y_{\delta}$ ,  $S = (AA^T)^{(\alpha-1)/2}$ ;  $\alpha$  为分数的阶次,且  $\alpha \in (0, 1]$ ;  $\lambda$  为正则参数;  $L$  为正则化矩阵,且  $L = NV^T$ ,

$$\Omega_{\text{TR}}(\sigma_i) = \frac{\sigma_i^2}{\lambda^2} + o(\sigma_i^4) \quad (\sigma_i \rightarrow 0)$$

$$\Omega_{\text{TR}}(\sigma_i) = 1 + o(\sigma_i^{-2}) \quad (\sigma_i \rightarrow \infty)$$

$$\Omega_{\text{FTR}}(\sigma_i) = \frac{\sigma_i^{\alpha+1}}{\lambda^2} + o(\sigma_i^{2\alpha+2}) \quad (\sigma_i \rightarrow 0)$$

$$\Omega_{\text{FTR}}(\sigma_i) = 1 + o(\sigma_i^{-\alpha-1}) \quad (\sigma_i \rightarrow \infty)$$

为了分析比较 3 种方法,从滤波因子渐进性及滤波因子随奇异值变化两方面考虑。首先,从整数阶 Tikhonov 正则化与分数阶 Tikhonov 正则化滤波因子的渐进性可知,整数阶 Tikhonov 正则化滤波因子比分数阶 Tikhonov 正则化滤波因子收敛得快,意味着较小奇异值对应的分量被有效滤掉了,即快的收敛速度表明识别对象具有明显的光滑性,所以分数阶正则化优于整数阶。

虽然改进分数阶正则化滤波因子渐进性表达式与分数阶正则化滤波因子相同,但可通过滤波因子随奇异值变化曲线来判别 3 种方法的差异,如图 1 所示,对于较小奇异值,改进分数阶滤波因子比分数阶滤波因子抑制的少,对于较大的奇异值,改进分数阶比分数阶对应的分量保持得多。因此,改进的分数阶正则化方法不但能够保留较小奇异值对应的分量,而且还能够抑制较大奇异值对应的分量。综上所述,可以得出改进分数阶正则化比分数阶和整数阶正则化更有效,从而减小载荷识别的病态性。

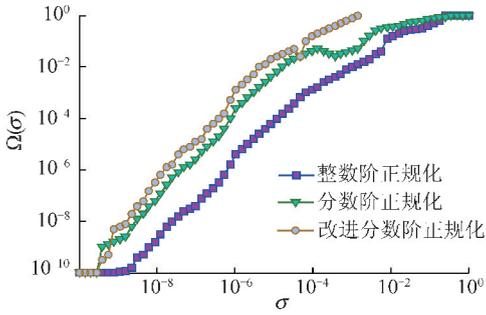


图 1 滤波因子随奇异值变化曲线

Fig. 1 Variation curves of filter factor with singular value

## 2.2 新超记忆梯度法

式(6)被认为是无约束优化问题,并且可以通过使用一些优化算法获得的最优解。因此,根据新超记忆梯度法来求解式(6)的无约束优化问题。通常情况下的迭代算法求解式(6)采取以下形式<sup>[23]</sup>:

$$Z_{k+1} = Z_k + d_k h_k \quad (9)$$

其中,  $h_k$  为搜索方向,且新超记忆梯度法的搜索方向;

$$d_k = \begin{cases} -g_k, k < m \\ -g_k + \sum_{i=1}^m \beta_k^i d_{k-i}, k \geq m+1 \end{cases} \quad (10)$$

$g_k$  代表着  $J(Z_k)$  在  $Z_k$  点的梯度,  $g_k = \nabla J(Z_k)$ ,  $\beta_k^i$  被定义如下:

$$\beta_k^i = \frac{\rho \|g_k\|}{\|d_{k-i}\|}, \rho \in \left(0, \frac{1}{m}\right) \quad (11)$$

$d_k$  代表步长,采用由修正的非单调线搜索来确定,令  $h_k = \beta^{m_k}$ ,  $m_k$  满足以下不等式:

$$f(x_k + \beta^{m_k} d_k) \leq f(x_k) + v \beta^{m_k} (g_k^T d_k + \eta \|g_k\|^2) \quad (12)$$

式中,  $g_k^T$  表示  $g_k$  的转置,其中 T 表示转置;  $v$ ,  $\beta \in (0, 1)$ , 且  $\eta > 0$ 。

算法流程如下:

步骤 1: 初始点  $v \in (0, 1)$ ,  $\beta \in (0, 1)$ , 且  $\eta > 0$ ,  $m$  为给定的正整数,  $\rho \in (0, 1/m)$ ,  $0 < \varepsilon \leq 1$ , 令  $k = 0$ ;

步骤 2: 计算  $g_k$ , 若  $\|g_k\| \leq \varepsilon$ , 则终止;

步骤 3: 根据式(10)计算搜索方向;

步骤 4: 根据式(12)确定步长  $d_k$ ;

步骤 5: 若满足式(9), 则停止; 若不满足, 则返回步骤 1。

## 3 算 例

改进分数阶 Tikhonov 正则化载荷识别算法应用在镐型截齿截割煤岩试验载荷谱的识别中, 重点在于获取与真实载荷在精度上相匹配的识别载荷, 以便为研究截割煤岩机理及载荷重构提供理论参考和方法。

### 3.1 试验系统

镐型截齿截割煤岩载荷谱的测试系统如图 2 所示。截割电动机经减速器和转速转矩仪驱动截割臂旋转, 采用变频调速方法调节截割臂转速, 截割试验台的进给运动通过液压缸实现, 经速度传感器反馈, 可自动和手动调速。截齿的载荷测试系统由测力装置、压力传感器、信号放大器和 Dasp v10 智能数据采集和信号处理系统等组成。其参数如下: 变频电机额定功率为 55 kW, 截割装置可模拟采煤机滚筒转速范围为 0 ~ 48 r/min, 力传感器范围为 0 ~ 5 000 N, 扭矩测量范围为 0 ~ 22 000 N · m, 截割直径范围为 1 200 ~ 2 000 mm, 牵引速度为 0.5 ~ 2 m/min。在旋转截割过程中, 截齿所受到的载荷, 通过 5 个压力传感器的变形量转换为电信号, 经多路滑环将信号传入 Dasp v10 智能数据采集和信号处理系统。

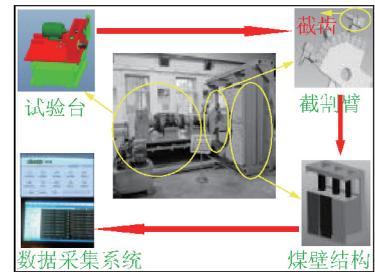


图 2 试验系统

Fig. 2 Test system

### 3.2 测力原理

截齿截割煤壁时所受的截割阻力通过齿套传递, 由后端的力传感器测出其大小, 传感器测力方向与截齿轴线一致定义为轴向载荷  $F_z$ , 所测力方向与截齿轴线方向垂直定义为径向载荷  $F_y$ , 测力装置如图 3(a) 所示。

试验测力装置中截齿的受力状态如图 3(b) 所示, 其中,  $Z$  为截割阻力,  $Y$  为推进阻力,  $f$  为支撑结构与截齿齿套间的摩擦阻力,  $\beta$  为截齿的切向安装角,  $O$  为齿套支撑点,  $l_1$  为齿尖到支撑点距离,  $l_2$  为传感器

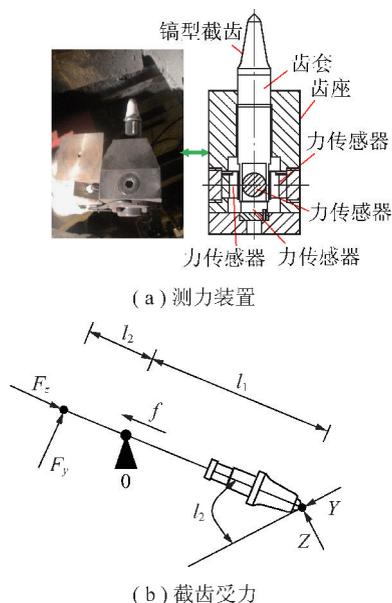
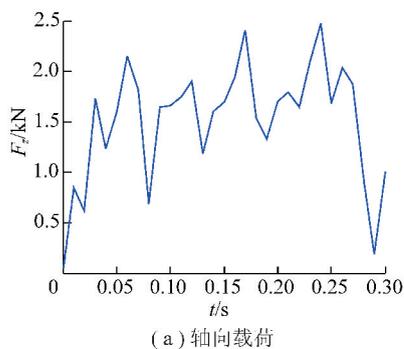


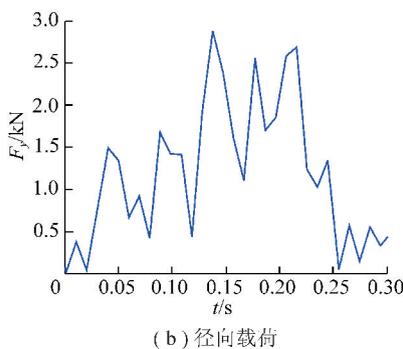
图3 测力装置及截齿受力

Fig. 3 Force measuring device and force diagram of pick

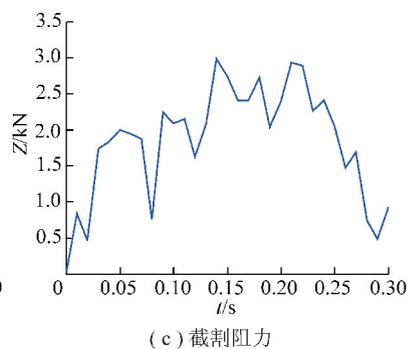
到支撑点距离。根据图3(b)得到截齿的力平衡和力矩平衡方程。



(a) 轴向载荷



(b) 径向载荷



(c) 截割阻力

图4 截割载荷与截割阻力

Fig. 4 Cutting load and cutting resistance

在上述试验条件下可知,换算得到截割阻力的大小尽管与轴向载荷不同,但变化趋势类似,且径向载荷对其变化规律影响不大,即得到截割阻力 \$Z\$ 与轴向载荷 \$F\_z\$ 成正比关系。因此,试验测试轴向载荷可反映截割阻力大小及变化规律,分析截割阻力特征时也可近似用测试的轴向载荷来进行表征。

### 3.3 结果分析

以截割阻力为研究对象,为深入探究分数阶次对载荷识别结果的影响,以便于与整数阶次进行比较分析,给出了如下分数阶次的影响结果及方法比较分析。

#### 3.3.1 分数阶次 \$\alpha\$ 的影响

应用改进分数阶 Tikhonov 正则化方法,其参数设定如下: \$\lambda = 10^{-2}\$, \$\xi = 1\$。而阶次 \$\alpha\$ 分别给定为 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9。

$$[Y \cos \beta + Z \sin \beta - f = F_z$$

$$\{ (Y \sin \beta - Z \cos \beta) l_1 + F_y l_2 = 0 \quad (13)$$

$$[l_1 f = (l_1 + l_2) f_n F_y$$

令 \$k\_1 = \frac{l\_2}{l\_1}\$, 将式(13)化简得到截割阻力 \$Z\$ 与轴

向载荷 \$F\_z\$, 径向载荷 \$F\_y\$ 和安装角 \$\beta\$ 的关系, 如式(14)所示

$$Z = F_z \sin \beta + F_y [f_n \sin \beta (1 + k_1) + k_1 \cos \beta] \quad (14)$$

式中, \$f\_n\$ 为截齿齿套与支撑结构的摩擦因数, 取 \$f\_n = 0.1\$; \$k\_1\$ 为测试装置截齿与传感器结构尺寸系数, \$k\_1 = 0.739\$。

实验条件: 截齿安装角为 \$45^\circ\$, 煤岩截割阻抗 \$180 \text{ kN/m}\$, 最大切削厚度 \$20 \text{ mm}\$, 截割臂转速为 \$40.8 \text{ r/min}\$, 牵引速度为 \$0.8 \text{ m/min}\$。测试得到的截齿轴向载荷及径向载荷如图4(a)和(b)所示, 根据图4(a)和(b)载荷曲线按采样离散点由式(14)换算得到截割阻力, 如图4(c)所示。

载荷识别结果如图5所示。从图5可以看出, 随着分数阶次的增大, 载荷虽然都能够被识别出来, 但识别的效果却不尽相同。

为了进一步地定量评价不同分数阶次对重构效果的影响, 给出其评价指标: 均方根误差 (RMSE) 和迭代次数。均方根误差 (RMSE) 如下:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Z_i - Z_d)^2} \quad (15)$$

式中, \$Z\_i\$ 为实测载荷; \$Z\_d\$ 为被识别载荷。

给出 RMSE 及迭代次数随分数阶次的变化值, 见表1, 可以看出随着分数阶次的增大, RMSE 及迭代次数值呈先减小后增大的趋势, 存在着最小 RMSE 和最少迭代次数值, 可以判断存在最优的分数阶次, 即 \$\alpha = 0.5\$, 此时载荷识别效果相对理想。

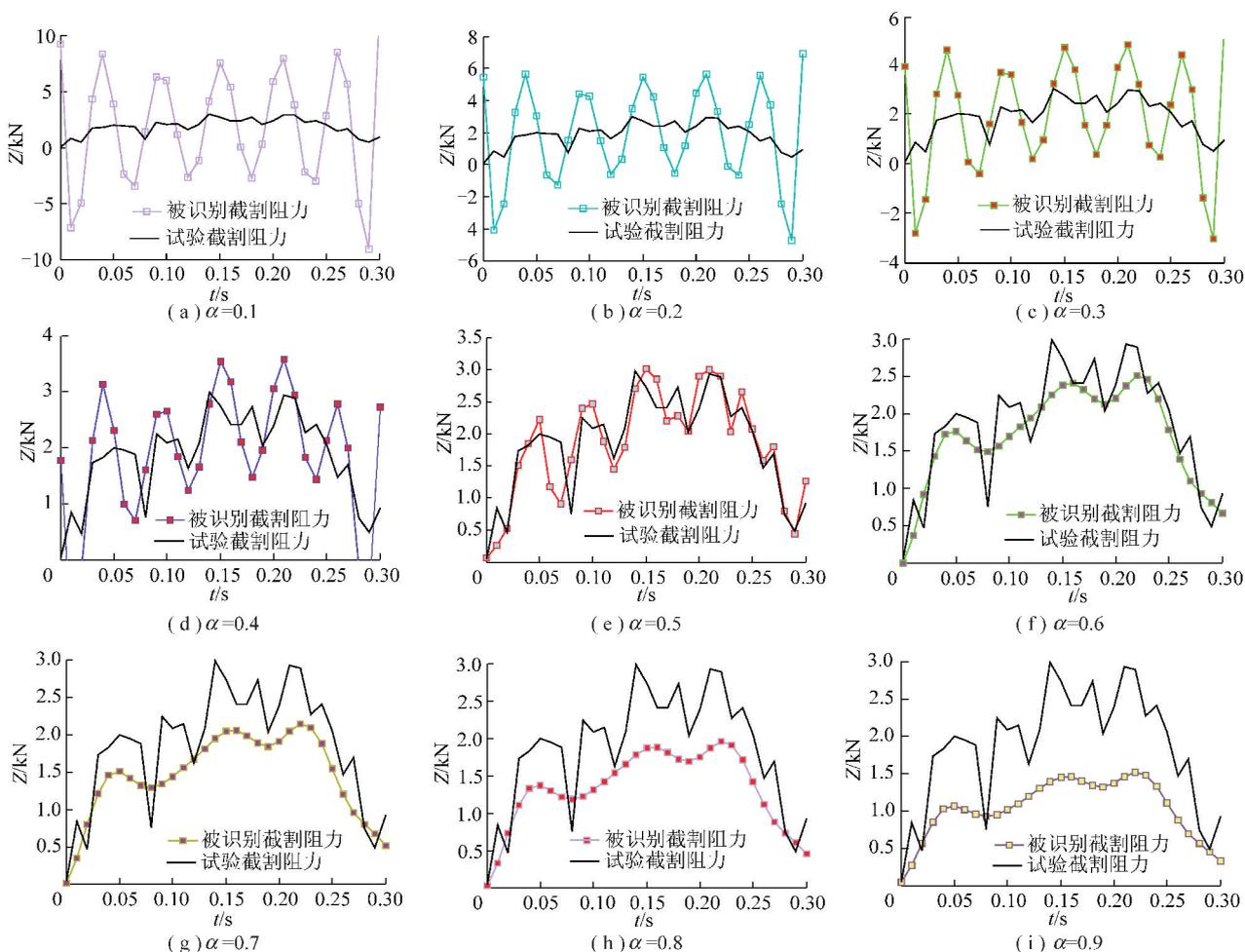


图 5 不同分数阶的重构曲线

Fig. 5 Reconstruction curve of different fractional order

表 1 分数阶对载荷重构的影响

Table 1 Effect of fractional order to load reconstruction

$\alpha=1.0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
RMSE	5.086 8	2.908 7	2.024 4	0.905 5	0.366 5	0.375 4	0.543 0	0.653 1	0.937 5
迭代次数	64	55	43	27	11	13	20	25	30

### 3.3.2 载荷识别方法的比较

研究的目的在于探求载荷识别的有效算法,为此进一步对改进的分数阶 Tikhonov 方法与整数阶 Tik-

honov 方法和分数阶 Tikhonov 方法进行对比分析,如图 6(a), (b) 和 (c) 中分别给出了 3 种方法的载荷识别结果。

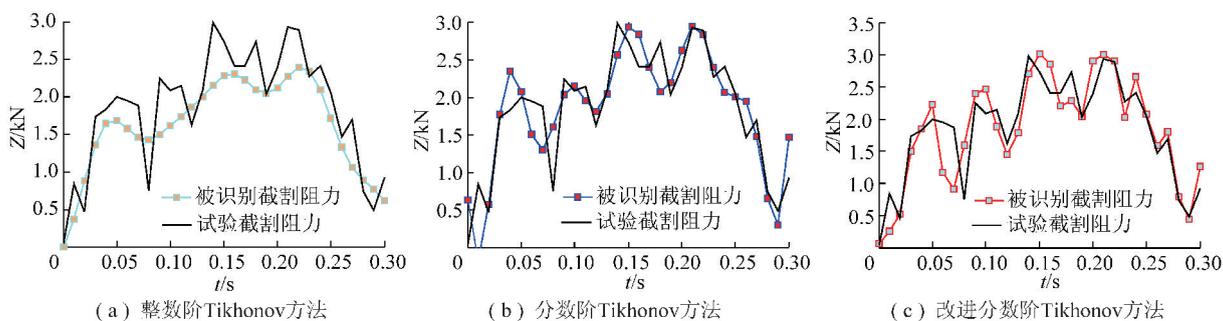


图 6 不同识别方法比较

Fig. 6 Comparison of identified results under different methods

图 6(a) 被识别截割阻力是利用整数阶 Tikhonov 方法获得, 此时最优分数阶次  $\alpha=1.0$ 。图 6(b) 被识别截割阻力是通过分数阶 Tikhonov 方法给出的, 此时最优分数阶次  $\alpha=0.4$ 。在图 6(c) 中所示被识别结果是由改进分数阶 Tikhonov 方法给出的, 此时最优分数阶次  $\alpha=0.5$ 。

从图 6 中可以看出, 这 3 种方法都能识别截割阻力, 但是, 与整数阶 Tikhonov 方法和分数阶 Tikhonov 方法相比, 改进分数阶 Tikhonov 方法能够有效地识别截割阻力的细节。

从表 2 可以看到, 改进分数阶 Tikhonov 方法的识别效果, 具有最小的均方根误差 (RMSE) 和最少的迭代次数。因此, 通过以上综合分析, 表明改进分数阶 Tikhonov 方法的识别结果优于阶 Tikhonov 方法和分数阶 Tikhonov 方法。

表 2 不同识别方法比较

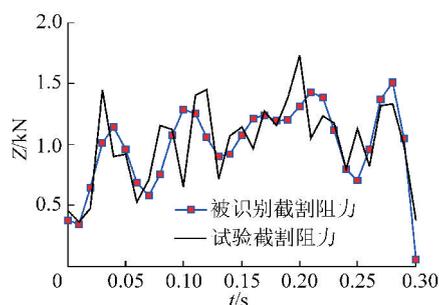
Table 2 Comparison of different identification methods

评价指标	识别方法		
	整数阶 Tikhonov	分数阶 Tikhonov	改进分数阶 Tikhonov
RMSE	0.418 2	0.388 4	0.366 5
迭代次数	19	14	11

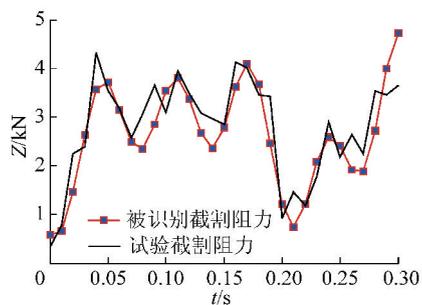
从上述算例可知, 最优分数阶次为 0.5。为研究所提出算法的通用性, 给出了截齿安装角在  $40^\circ$  及  $50^\circ$  的两组试验数据, 在相同的最优阶次前提下, 应用提出的改进分数阶 Tikhonov 正则化方法, 在给出其载荷识别状态, 如图 7 所示。

从图 7 可以得到, 截割载荷能够被清晰地识别, 且识别效果也相对较理想, 从给出的表 3 可知, 评价指标均方根误差 (RMSE) 较小, 迭代次数也较少, 表明其截割载荷细节特征能够被清晰地辨识。因此, 提出的改进算法在识别截割载荷方面具有普遍适用性。

综上所述的试验验证算例表明改进分数阶 Tikhonov 正则化方法的特点如下: 一是该方法能够有效地解决载荷识别过程中出现的病态性问题。二是将载荷识别过程转化为一类无约束的优化问题处理, 目标函数通过新超记忆梯度法求解, 进而提高识别收敛速率。三是该方法在时域范围内无需载荷识别模型的任何先验信息。通过截割煤岩载荷识别算例, 证明所提出方法具有更强的鲁棒性及抗噪性。



(a)  $40^\circ$  安装角截割载荷识别曲线



(b)  $50^\circ$  安装角截割载荷识别曲线

图 7  $40^\circ$  和  $50^\circ$  安装角载荷识别曲线

Fig. 7 Load identification curves at 40 degrees and 50 degrees of installation angle

表 3 不同安装角度载荷识别

Table 3 Load identification with different installation angles

评价指标	不同安装角度	
	$40^\circ$	$50^\circ$
RMSE	0.507 3	0.396 6
迭代次数	17	15

## 4 结 论

(1) 给出一种改进的载荷识别快速算法, 即改进分数阶 Tikhonov 正则化方法, 利用核函数方法将载荷表示为一系列核函数的叠加, 测量载荷表示为识别载荷和核函数响应之间的卷积形式, 进而建立截割煤岩载荷的识别模型。

(2) 根据分数阶微积分理论, 将经典的整数阶 Tikhonov 正则化推广到分数阶模式, 构造改进分数阶滤波因子, 该因子不仅能够保留较小奇异值对应的分量, 且也能抑制较大奇异值对应的分量, 从而减小载荷识别的病态性。

(3) 改进分数阶 Tikhonov 正则化方法与传统整数阶及分数阶 Tikhonov 正则化相比, 其方法和算法中识别载荷与试验载荷的均方根误差 (RMSE) 分别为 0.418 2, 0.388 4, 0.366 5, 及迭代次数分别为 19, 14, 11, 具有较高的精度, 能够克服其解的光滑性, 且载荷细节特征能够较好被识别。

(4) 随着分数阶次  $\alpha$  的增大, 均方根误差 (RMSE) 及迭代次数值呈先减小后增大的趋势, 存在着最小 RMSE 和最少迭代次数值, 可以判断存在最优的分数阶次, 即  $\alpha=0.5$ , 此时载荷识别效果相对较为理想。

## 参考文献 (References):

- [1] JIA Y, YANG Z C, SONG Q Z. Experimental study of random dynamic loads identification based on weighted regularization method [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 342: 113-123.
- [2] THIENE M, GHAJARI M, GALVANETTO U, et al. Effects of the transfer function evaluation on the impact force reconstruction with application to composite panels [J]. *Composite Structures*, 2014, 114: 1-9.
- [3] 李晓豁, 韩宇飞. 掘进机截割载荷极值能量的频率识别 [J]. *煤炭学报*, 2008, 33(4): 459-461.  
LI Xiaohuo, HAN Yufei. Frequency recognition of cutting loads extreme energy for roadheader [J]. *Journal of China Coal Society*, 2008, 33(4): 459-461.
- [4] RONASI H, JOHANSSON H, LARSSON F. A numerical framework for load identification and regularization with application to rolling disc problem [J]. *Computers and Structures*, 2011, 89: 38-47.
- [5] LIU J, SUN X, HAN X, et al. Random load identification for stochastic structures based on gegenbauer polynomial approximation and regularization method [J]. *Systems and Signal Processing*, 2015, 56: 40-54.
- [6] WANG L J, HAN X, LIU J, et al. A new regularization method and application to dynamic load identification problems [J]. *Inverse Problem in Science and Engineering*, 2011, 19: 765-776.
- [7] REGINSKA T. A regularization parameter in discrete ill-posed problems [J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1996, 17(3): 740-749.
- [8] ALLEN M S, CARNE T G. Multi-step inverse structural filter for robust force identification [J]. *Systems and Signal Processing*, 2008, 22(5): 1036-1054.
- [9] 刘春生, 任春平, 李德根. 修正离散正则化算法的截割煤岩载荷谱的重构与推演 [J]. *煤炭学报*, 2014, 39(5): 981-986.  
LIU Chunsheng, REN Chunping, LI Degen. Reconstruction and deduction of cutting coal and rock load spectrum on modified discrete regularization algorithm [J]. *Journal of China Coal Society*, 2014, 39(5): 981-986.
- [10] 刘春生, 任春平. 基于离散正则化的实验载荷谱重构与推演算法 [J]. *应用力学学报*, 2014, 31(4): 616-619.  
LIU Chunsheng, REN Chunping. Reconstruction and deduction algorithm of the experimental load spectrum based on discrete regularization [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2014, 31(4): 616-619.
- [11] 张丹, 刘春生, 李德根. 瑞利随机分布下滚筒截割载荷重构算法与数值模拟 [J]. *煤炭学报*, 2017, 42(8): 2164-2172.  
ZHANG Dan, LIU Chunsheng, LI Degen. Reconstruction algorithm and its numerical simulation for drum load based on rayleigh stochastic theory [J]. *Journal of China Coal Society*, 2014, 39(5): 981-986.
- [12] LIU Chunsheng, REN Chunping. Study on time-frequency spectrum characteristic of dynamic cutting load based on wavelet regularization [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, 577: 196-200.
- [13] 刘春生, 李德根. 截齿截割煤岩的力学模型与性能评价 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2017.  
LIU Chunsheng, LI Degen. Mechanical model and performance evaluation of cutting coal rock with conical pick [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2017.
- [14] HANSEN P C, LEARY D P. The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems [J]. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Compute*, 1993, 14(6): 1487-1503.
- [15] HOCHSTENBACH M E, REICHEL L. Fractional Tikhonov regularization for linear discrete ill-posed problems [J]. *BIT Numer Math*, 2011, 51: 197-215.
- [16] Gerth D, Klann E, Ramlau R, et al. On fractional tikhonov regularization [J]. *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*, 2015, 23(6): 611-625.
- [17] HOCHSTENBACH M E, REICHEL L. Fractional tikhonov regularization for linear discrete ill-posed problems [J]. *Bit Numerical Mathematics*, 2011, 51(1): 197-215.
- [18] RUIZ Medina M D, ANGULO J M, ANH V V. Fractional-order regularization and wavelet approximation to the inverse estimation problem for random fields [J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 2003, 85(1): 192-216.
- [19] GAO J, WANG D, PENG J. A tikhonov-type regularization method for identifying the unknown source in the modified helmholtz equation [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, doi: 10. 1155/2012/878109.
- [20] GEORGE, SANTHOSH, JIDESH. Reconstruction of signals by standard Tikhonov method [J]. *Applied Mathematical Sciences*, 2011, 5(57): 2819-2829.
- [21] NARUSHIMA Y, YABE H. Global convergence of a memory gradient method for unconstrained optimization [J]. *Computational Optimization and Applications*, 2006, 35(3): 325-346.
- [22] WANG Y J, WANG C Y, XIU N H. A family of supermemory gradient projection methods for constrained optimization [J]. *Optimization*, 2002, 51(6): 889-905.
- [23] ZHANG L, ZHOU W, LI D H. A descent modified Polak-Ribière-Polyak conjugate gradient method and its global convergence [J]. *Ima Journal of Numerical Analysis*, 2006, 26(4): 629-640.