



移动阅读

王登科,李文睿,魏建平,等. 基于分形表征的粗糙微纳米孔隙瓦斯气体传输方程[J]. 煤炭学报, 2019, 44(11): 3432-3440. doi:10.13225/j.cnki.jccs.2019.0048

WANG Dengke, LI Wenrui, WEI Jianping, et al. Gas transport equation based on fractal characterization of rough micro-nano pores[J]. Journal of China Coal Society, 2019, 44(11): 3432-3440. doi:10.13225/j.cnki.jccs.2019.0048

## 基于分形表征的粗糙微纳米孔隙瓦斯气体传输方程

王登科<sup>1,2,3,4</sup>, 李文睿<sup>1,3</sup>, 魏建平<sup>1,3,4</sup>, 于 充<sup>1,3</sup>, 张凯旋<sup>1,3</sup>

(1. 河南理工大学 河南省瓦斯地质与瓦斯治理重点实验室-省部共建国家重点实验室培育基地, 河南 焦作 454000; 2. 中国矿业大学 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 江苏 徐州 221116; 3. 河南理工大学 安全科学与工程学院, 河南 焦作 454000; 4. 煤炭安全生产河南省协同创新中心, 河南 焦作 454000)

**摘要:**为揭示煤体孔隙内表面粗糙微结构对瓦斯传输的影响机制,准确研究粗糙孔隙中的瓦斯气体传输规律,运用自相似特性分形理论推导出了微纳米孔隙内壁面粗糙元有效平均高度和孔隙有效半径的精确数学表达式;采用 Optical Tensiometer 设备对取自煤体孔隙内壁表面进行 3D 形貌结构量化分析,将所得关键参数代入相对粗糙度表达式求得对应值为 0.352;结合流体速度滑移效应和分子扩散传输机理,推导出了粗糙微纳米孔隙中的瓦斯气体滑流修正传输方程和非连续流扩散传输方程,再通过等效转换原则推导出微纳米孔隙内的视渗透率模型;考虑到煤体纳米级孔隙难以进行精确测量表征和规避孔隙连通性对气体传输的影响,选取结构规整的纳米级圆孔阳极氧化铝薄膜作为气体流动通道载体;基于气体压差穿透实验原理,利用实验室 PMI 微渗透率设备进行了纳米级孔隙薄膜的渗透性实验,将实验结果所测得的渗透率数据与本文理论模型计算值进行了对比分析。研究表明:基于分形表征建立的粗糙微纳米孔隙瓦斯气体传输方程合理可靠,考虑孔隙粗糙度对瓦斯流动的影响是应该且必须的,以分形理论表征的孔隙相对粗糙度公式比前人所提出的孔隙粗糙度经验性公式更为精确,研究结果可为在分形拓扑领域中构建自仿射粗糙微通道的气体流动模拟研究工作中提供借鉴。

**关键词:**分形表征;微纳米孔隙;瓦斯气体;相对粗糙度;视渗透率模型

中图分类号:X936 文献标志码:A 文章编号:0253-9993(2019)11-3432-09

## Gas transport equation based on fractal characterization of rough micro-nano pores

WANG Dengke<sup>1,2,3,4</sup>, LI Wenrui<sup>1,3</sup>, WEI Jianping<sup>1,3,4</sup>, YU Chong<sup>1,3</sup>, ZHANG Kaixuan<sup>1,3</sup>

(1. State Key Laboratory Cultivation Base for Gas Geology and Gas Control, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China; 2. State Key Laboratory for GeoMechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining & Technology, Xuzhou 221116, China; 3. School of Safety Science and Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China; 4. The Collaborative Innovation Center of Coal Safety Production of Henan, Jiaozuo 454000, China)

**Abstract:** In order to reveal the effect mechanism of rough microstructures of the inner surface of coal pores on gas transport and accurately study the law of gas transport in rough pores, the precise mathematical expressions of effective average height and effective radius of rough elements in micro-nano pore were derived based on fractal theory of self-

收稿日期:2019-01-08 修回日期:2019-04-05 责任编辑:常明然

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51774118);教育部“创新团队发展计划”资助项目(IRT\_16R22);深部岩土力学与地下工程国家重点实验室开放基金资助项目(SKLGDEK1814)

作者简介:王登科(1980—),男,湖南永州人,教授,博士生导师。E-mail:wdk@hpu.edu.cn

similarity. Optical Tensiometer was used to quantitatively analyze the 3D morphology and structure of inner surface wall. The key parameters obtained from analysis were substituted into the expression of relative roughness, and the corresponding value is 0.352. Combining with the slip flow effect of fluid velocity and molecular diffusion transport mechanism, the modified gas slip flow transport flux equation and molecular diffusion transport flux equation of discontinuous flows in rough micro-nano-pore were deduced, and then the apparent permeability model in micro-nano-pore is developed in rough micro-channel by the principle of equivalent conversion. Considering that it is difficult to accurately measure and characterize the nano-pore of coal, and avoid the influence of pore connectivity on gas transport, the nanoporous anodic alumina film with regular circular holes were selected as the carrier of gas flow channel. Based on the experimental principle of gas pressure differential penetration, the permeability experiment of nano-film were carried out by using PMI micro-permeability equipment, and the permeability data measured from the experimental results were compared with the calculated values of the theoretical model in this paper. Results show that the gas transport equation based on fractal characterization of rough pore is reasonable and reliable. The effect of pore roughness should and must be considered in gas transport. The formula of relative roughness of pore expressed by fractal theory is more accurate than the empirical formula proposed by predecessors. In the field of fractal topology, the fractal characterization of relative roughness will provide an important theoretical support for the simulation of gas flow in self-affine rough micro-channels.

**Key words:** fractal characterization; micro-nano pore; methane gas; relative roughness; apparent permeability model

多孔介质中流体的质量传递、渗透率、流动阻力和扩散性能均与介质内部的微观结构密切相关。煤作为一种具有从微孔到大孔范围的多孔介质材料,其内部流体的传热传质一直以来都是研究的热点和难点。由于煤体内部存在有机质和无机质分布的不均匀性,流动通道呈现出复杂多变的结构特征,多采用理想水动力管束模型和宏观流动方程研究气体传输机理,难以对真实孔隙流动通道内的传输机理进行准确定义,随着科研技术的不断进步,这一限制条件正在被打破,已有专家学者采用先进的 SEM<sup>[1]</sup>、显微 CT<sup>[2]</sup>、3D 打印<sup>[3-4]</sup>和原子力显微镜<sup>[5]</sup>等技术手段对煤体、页岩和砂岩内部孔裂隙结构进行了定性和定量描述。此外,已有学者证明多孔介质煤岩材料内部的孔隙结构可以采用分形几何理论进行表征,辅以计盒法可求得其分形维数<sup>[6-7]</sup>。XU 和 YU<sup>[8]</sup>的研究结果表明孔隙结构不仅是分形的,而且分形维数还可表示为结构参数的函数;并在此基础上建立了多孔介质孔隙毛细管束分形模型,用于多孔介质的分形维数与渗透率、扩散系数之间关系的研究。此外,基于随机分形 Menger 海绵体模型<sup>[9]</sup>,王恩元和何学秋还建立了煤岩孔隙结构的随机分形模型<sup>[10]</sup>。李子文等<sup>[11-12]</sup>研究发现,只有当孔隙压力低于 10 MPa 时以压汞法测量出的孔隙才具有随机分形模型的特征,此时对应的孔隙半径约为 60 nm。郑仟<sup>[13]</sup>、员美娟<sup>[14]</sup>、李玉丹<sup>[15]</sup>、王洪磊<sup>[16]</sup>等通过理论和实验研究表明,毛细管束分形模型对孔隙结构的表征更加准确且适用的孔隙尺寸范围更广,由此建立的多孔介质内部流体渗

透率模型也更加准确<sup>[17]</sup>。国外学者通过类比孔隙结构分形,发现孔隙内部表面粗糙元或者接触点也满足一定的分形标度规律<sup>[18-19]</sup>。杨姗姗<sup>[17,20]</sup>建立了锥体的粗糙元分形模型,得到了摩擦因子和泊肃叶数的分析解模型,并讨论了孔隙结构参数对泊肃叶数的影响,这使得微观孔隙结构的分形研究得到了进一步的发展和延伸。

笔者以粗糙微通道中孔隙形态和内壁粗糙元分形分析为基础,推导了粗糙微纳米孔隙中的瓦斯气体传输方程,将瓦斯气体等效视渗透率模型与实验结果进行对比,从孔隙结构参数的精确求解和分子流动机理两方面印证了笔者所建瓦斯气体传输方程的合理性和准确性。

## 1 煤样孔隙结构实验结果

利用河南理工大学的 JSM-6390LV 扫描电镜(图 1)对煤样的孔隙进行了扫描,结果如图 2 所示。



图 1 JSM-6390LV 扫描电镜

Fig. 1 Electronic scanning equipment of JSM-6390LV

根据电镜扫描得到的煤体孔隙内部具体形貌细节(图2),可以发现煤的孔隙及其内部粗糙结构与纳米管束分形模型的基本假设相吻合<sup>[21]</sup>。因此,借鉴前人的研究成果<sup>[22]</sup>,可将孔隙通道简化为圆管,内表面粗糙元以简化后的半球体代替,如图3所示,并可按照分形标度定律通过结构参数分形对孔隙和粗糙元进行分形表征。

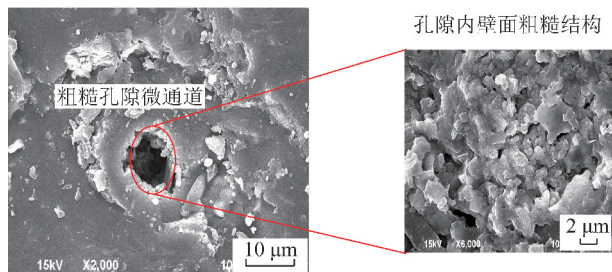


图2 煤中粗糙孔隙微通道形貌结构

Fig. 2 Structure of microscopic rough channel in coal

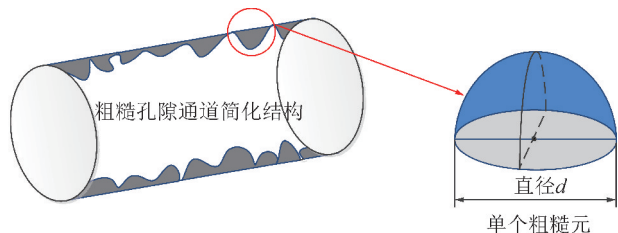


图3 煤中孔隙微通道结构简化模型

Fig. 3 Simplified model of microscopic channel structure of coal

## 2 粗糙微通道的分形表征

### 2.1 孔隙分布的分形表征

YU<sup>[23]</sup>的研究表明,多孔介质中孔隙孔径分布与孔隙结构满足分形特征,孔隙数量分布函数表达式为

$$N(\geq d_p) = (d_m/d_p)^{D_f} \quad (1)$$

式中, $d_p$ 为多孔介质纳米孔的直径,m; $N$ 为直径 $\geq d_p$ 的孔隙数量; $d_m$ 为多孔介质孔隙直径最大值,m; $D_f$ 为孔隙直径的分形维数,在二维和三维空间内的取值分别为 $0 < D_f < 2, 0 < D_f < 3$ 。

在式(1)中可把孔隙数量表达式看作一个连续的可微分函数,则直径为 $d_p \sim (d_p + dd_p)$ 的孔隙数量为

$$-dN = D_f d_m^{D_f} d_p^{-(D_f+1)} dd_p \quad (2)$$

式中, $-dN > 0$ 表明孔隙数量随着孔隙半径减小而增加的关系。

对于具有自相似特征的孔隙结构,其直径大小<sup>[23]</sup>可用式(3)计算孔隙分形维数

$$D_f = \chi - \frac{\ln \varphi}{\ln \sigma} \quad (3)$$

式中, $\chi$ 为欧几里德维数,在二维平面中 $\chi = 2$ ,在三维

平面中 $\chi = 3$ ; $\varphi$ 为多孔介质的孔隙度,%; $\sigma$ 为孔隙最小直径与最大直径之比。

### 2.2 孔隙内部粗糙元分形分析

对于粗糙元底面直径大小的分形维数表达式可类比于式(3),但粗糙元的分形维数 $D$ 的取值为 $0 < D < 2$ 。 $D = 0$ 代表通道绝对光滑, $D = 2$ 代表粗糙元布满整个平面<sup>[24]</sup>。对于粗糙元的分形分析,相关参数符合

$$D = \chi - \frac{\ln \varphi'}{\ln \varepsilon} \quad (4)$$

式中, $\varepsilon$ 为孔隙粗糙体微元底面直径的最小值与最大值之比, $\varepsilon = d_{\min}/d_{\max}$ ; $\varphi'$ 为在一个分形集合中,所有半球体的底面总面积占整个分形集合单元总面积的百分数。

同理,直径为 $d_r \sim d + dd_r$ 的粗糙元数量为

$$-dN' = D d_{\max}^D d_r^{-(D+1)} dd_r \quad (5)$$

其中, $d_r$ 为粗糙元底部直径,m; $d_{\max}$ 为粗糙元底部直径最大值,m; $N'$ 为直径 $\geq d_r$ 的粗糙元数量; $-dN' > 0$ 表明粗糙元数量随着孔隙半径减小而增加的关系; $D$ 为粗糙元的分形维数。

一个分形集合的单元中所有半球体的体积可以通过从最小粗糙元到最大粗糙元的积分求和得到:

$$V = - \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} \frac{2}{3} \pi \left(\frac{d_r}{2}\right)^3 dN' = \frac{\pi}{12} \frac{D d_{\max}^3}{3-D} (1 - \varepsilon^{3-D}) \quad (6)$$

一个分形集合单元中所有半球体的底面积总和为

$$S_h = - \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} \pi \left(\frac{d_r}{2}\right)^2 dN' = \frac{\pi}{4} \frac{D d_{\max}^2}{2-D} (1 - \varepsilon^{2-D}) \quad (7)$$

这里,考虑到孔隙直径属于二维平面,所以 $\chi = 2$ 。将式(5)代入式(7)中,可得到

$$S_h = \frac{\pi}{4} \frac{D d_{\max}^2}{2-D} (1 - \varphi') \quad (8)$$

因此,由式(8)可得出一个孔隙结构单元中的总面积为

$$S_i = \frac{S_h}{\varphi'} = \frac{\pi}{4 \varphi'} \frac{D d_{\max}^2}{2-D} (1 - \varphi') \quad (9)$$

所以,在孔隙内部半球体粗糙元的有效平均高度为

$$\bar{h} = \frac{V}{S_i} = \frac{\varphi' d_{\max}}{3} \frac{2-D}{3-D} \frac{(1 - \varepsilon^{3-D})}{(1 - \varphi')} \quad (10)$$

## 3 粗糙孔隙内气体传输方程

### 3.1 滑移流动方程

微孔隙通道中的瓦斯气体传输不同于传统的水动力学流体传输规律。尤其当微通道孔隙的孔径与

瓦斯气体分子自由程处于同一数量级时,瓦斯气体分子与孔隙壁面之间的碰撞愈发剧烈,气体稀薄效应也更加显著,其流动速度明显受到孔隙结构影响<sup>[25-26]</sup>。因此,学者们提出了以 Maxwell 分子碰撞散射模型去揭示稀薄气体分子在微通道孔隙中的真实传输情况。其基本思想为:分子的碰撞运动由两种反射组合而成,假设来流分子中发生漫反射的部分为  $t$ ,则剩余部分发生镜面反射。

假设  $w_0$  是气体相对于壁面的速度,则在流动方向存在法向速度梯度,  $dw/dz$ , 法向方向速度为

$$w_z = w_0 + z \frac{dw}{dz} \quad (11)$$

另外,根据 Maxwell 散射模型可得孔壁表面分子速度  $w_0$  为

$$w_0 = \frac{1}{2}tw_z + (1-t)w_z \quad (12)$$

联立式(11)和(12)可得

$$w_0 = \frac{2-t}{t}z \frac{dw}{dz} \quad (13)$$

需要说明的是,在微孔隙中,除了分子与壁面的碰撞以外,分子与分子之间还发生着不同程度的碰撞。热力学理论认为,单位时间内分子碰撞的次数等于分子与分子之间碰撞次数与分子与壁面碰撞次数之和<sup>[27]</sup>,因此可得出

$$\frac{1}{T_{\text{total}}} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \quad (14)$$

式中,  $T_1$  为单位时间内分子与分子碰撞消耗的时间;  $T_2$  为单位时间内分子与壁面碰撞消耗的时间;  $T_{\text{total}}$  为分子碰撞的某一单位时间。

假设分子发生碰撞的初始热运动速度均为  $v$ , 则各形式碰撞次数可表示为

$$\frac{1}{T_1} = \frac{v}{\lambda}, \frac{1}{T_2} = \frac{v}{2r}, \frac{1}{T_{\text{total}}} = \frac{v}{\lambda_{\text{total}}} \quad (15)$$

式中,  $\lambda$  为气体分子平均自由程;  $r$  为圆管半径。

将式(15)代入(14)中可得

$$\frac{1}{\lambda_{\text{total}}} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2r} \quad (16)$$

由此,可以得到分子与壁面的碰撞次数占总碰撞次数的比例系数  $c$  为

$$c = \frac{1}{\lambda} / \frac{1}{\lambda_{\text{total}}} = \frac{2}{2 + \text{Kn}} \quad (17)$$

其中,  $\text{Kn}$  为克努森数,等于分子平均自由程与孔隙半径之比,无量纲,  $\text{Kn}$  越大表示气体传输过程中分子碰撞越剧烈。

在式(11)中分子碰撞后在法相方向上的位移可表示为

$$z = c\lambda = \frac{2\lambda}{2 + \text{Kn}} \quad (18)$$

进一步,将式(18)代入式(13)可得粗糙微通道壁面分子的速度为

$$w_0 = \left( \frac{2-t}{t} \right) \left( \frac{2\lambda}{2 + \text{Kn}} \right) \frac{dw}{dz} \quad (19)$$

如图 4 所示,在圆柱径向  $x \sim x+dx$ , 轴向  $r \sim r+dr$  方向流体受到壁面的切应力为

$$\tau_i = - \frac{d}{dr} \left( \mu \frac{dw}{dr} 2\pi r dx \right) dr \quad (20)$$

式中,  $\mu$  为气体动力黏度,  $\text{Pa} \cdot \text{s}$ 。

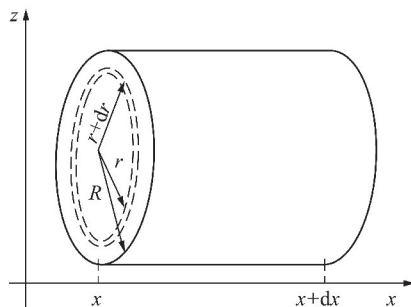


图 4 圆管内微元体传输结构

Fig. 4 Schematic diagram of voxel flow in channel

相应地,流体压力作用在该区域的力可表示为

$$- \frac{dp}{dx} dx (2\pi r) dr, \text{ 根据稳态微元流体的受力平衡可列出如下平衡方程}$$

$$- \frac{dp}{dx} dx (2\pi r) dr = - \frac{d}{dr} \left( \mu \frac{dw}{dr} 2\pi r dx \right) dr \quad (21)$$

根据式(21)进行一次积分后可得到

$$\left( \frac{dw}{dz} \right)_{z=r} = - \frac{r}{2\mu} \frac{dp}{dx} \quad (22)$$

通过对式(22)进行再次积分进一步得到孔隙流体速度

$$w = - \frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dx} r^2 + a \ln r + b \quad (23)$$

当  $r=0$  时,壁面分子流速为定值,则  $a=0$ ;当满足真实孔隙半径大小边界条件,即式(19)中  $r=R$  时,通过联立式(23),管壁面的速度满足:

$$\left( \frac{2-t}{t} \right) \left( \frac{2\lambda r}{2r + \lambda} \right) \left( \frac{dw}{dz} \right)_{z=r} = - \frac{R^2}{4\mu} \frac{dp}{dx} + b \quad (24)$$

由此可得常数  $b$  为

$$b = \frac{R^2}{4\mu} \frac{dp}{dx} - \frac{4A\lambda r^2}{2r + \lambda}, A = \frac{2-t}{t} \quad (25)$$

再将式(25)代入式(23)进而可得到微通道内某一质点的流体速度表达式

$$w = \frac{1}{4\mu} \left( R^2 - r^2 + \frac{4A\lambda r^2}{2r + \lambda} \right) \frac{dp}{dx} \quad (26)$$

当某一孔隙半径为定值  $r_0$  时,通过单个微通道的体积流量可以表示为

$$Q = \int_0^{r_0} w 2\pi r dr = \frac{\pi r_0^4}{8\mu} \left( 1 + \frac{4A\lambda}{r_0 + \lambda} \right) \frac{dp}{dx} \quad (27)$$

根据孔隙通道的真实情况,在此对气体传输通道的有效半径进行细化可得

$$r_e = r - \bar{h} \quad (28)$$

式中,  $r_e$  为粗糙孔隙微通道内的有效半径, m。

因此,微通道内具有滑移流效应的平均流速可表示为

$$\bar{w} = \frac{Q}{\pi r_e^2} = \frac{r_e^2}{8\mu} \left( 1 + \frac{4A\lambda}{r_e + \lambda} \right) \frac{dp}{dx} \quad (29)$$

相应地,考虑到真实气体效应影响,孔隙微通道内的质量流量可以表示为

$$J = \frac{Q\rho}{A_e} = \frac{\rho}{\pi r_e^2} \frac{\pi r_e^4}{8\mu} \left( 1 + \frac{4A\lambda}{r_e + \lambda} \right) \frac{dp}{dx} = \frac{\rho(r - \bar{h})^2}{8\mu} \left( 1 + \frac{4AKn}{1 + Kn} \right) \frac{dp}{dx} \quad (30)$$

式中,  $J$  为粗糙孔隙微通道内的气体质量通量,  $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ;  $Q$  为气体体积流量,  $\text{m}^3/\text{s}$ ;  $\rho$  为游离瓦斯气体真实密度,  $\text{kg}/\text{m}^3$ 。

同时考虑到多孔介质的孔隙率影响,式(30)气体质量通量方程可转化为等量视渗透率为

$$K_s = \varphi \frac{J\mu}{\rho \nabla p} = \frac{\varphi(r - \bar{h})^2}{8} \left( 1 + \frac{4AKn}{1 + Kn} \right) \quad (31)$$

式中,  $K_s$  为连续性滑流气体传输等量视渗透率,  $\text{m}^2$ ;  $\varphi$  为多孔介质孔隙率, %。

### 3.2 非连续流气体扩散传输方程

受煤体内孔径连通性的影响,孔隙压力处于一个动态松弛变化的过程,导致孔隙内的气体扩散传输呈现出由瞬态激发到缓慢衰减的一个漫长过程<sup>[28]</sup>。若不考虑煤的理化性质对气体吸附性能差异性的影响<sup>[29]</sup>,单纯研究孔隙内可流动气体的传输特性就变得直观具体,仅就某一孔隙作为气体流动通道载体来说,稳定压力梯度驱动下的气体扩散传输可通过理论公式进行定量研究。

对于非连续流的分子扩散传输,主要以分子间碰撞和分子与壁面碰撞两种形式存在。在两种分子扩散同时存在情况下,以浓度梯度为驱动力的扩散传输通量方程<sup>[25]</sup>可表示为

$$J_d = \frac{\varphi}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \left( \frac{2\lambda r_e}{\lambda + r_e} \right) \frac{M}{RT} \nabla p \quad (32)$$

同理,气体扩散质量通量传输方程式(31)转化为等量视渗透率为

$$K_d = \frac{J_d \mu}{\rho \nabla p} = \frac{8\varphi r_e^2 Kn^2}{3\pi(Kn + 1)} \quad (33)$$

式中,  $K_d$  为分子扩散传输通量的等量视渗透率,  $\text{m}^2$ 。

### 3.3 微纳米孔隙气体视渗透率模型

将滑流方程和扩散方程的等效视渗透率相加即可得到纳米孔气体传输统一视渗透率数学模型:

$$K_{app} = K_s + K_d = \frac{\varphi r_e^2}{8} \left( 1 + \frac{4AKn}{1 + Kn} \right) + \frac{8\varphi r_e^2 Kn^2}{3\pi(Kn + 1)} \quad (34)$$

式中,  $K_{app}$  为考虑粗糙孔隙分形特征的瓦斯气体传输统一视渗透率,  $\text{m}^2$ 。

对于未经修正的多孔介质固有渗透率,其表达式为

$$K_{Darcy} = \frac{\varphi r^2}{8} \quad (35)$$

文献[20]中,将粗糙元平均高度与理想孔隙通道直径的比值  $\bar{h}/r$ , 定义为“圆柱形粗糙微通道中的相对粗糙度( $\gamma$ )”。因此,联立式(34)和(35), 本文所得到的视渗透率模型可简化为

$$K_{app} = \left[ (1 - \gamma)^2 \left( 1 + \frac{4AKn}{1 + Kn} \right) + \frac{64 Kn^2}{3\pi(Kn + 1)} \right] K_{Darcy} \quad (36)$$

对于  $A$  的取值, AGRAWAL 和 PRABHU<sup>[30]</sup> 系统性的研究了参数  $A$  中  $t$  的取值, 建议取值为 0.9 较为合适, 即  $A = 11/9$ ; 此后, DARABI<sup>[31]</sup> 等经过数值模拟、计算分析与实验对比验证了取值的合理性, 因此在下文模型计算过程中则直接取该值代入计算。

### 3.4 微纳米孔隙相对粗糙度的测试与求解

利用河南理工大学的 Optical Tensiometer 设备(图5)对取自煤体孔隙内壁的煤片进行微米级 3D 形貌结构扫描分析, 利用自带的 OneAttention 软件进行详尽的定量化表征, 二维成图效果如图 6 所示, 三维成图效果如图 7 所示。



图5 粗糙形貌的3D扫描成像仪

Fig. 5 3D scanning imaging instrument for rough topography

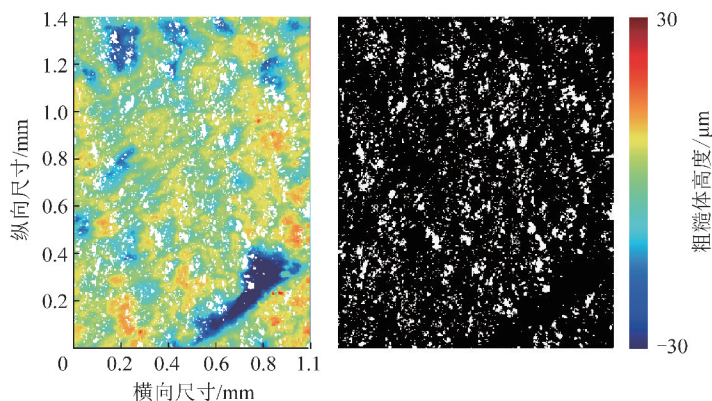
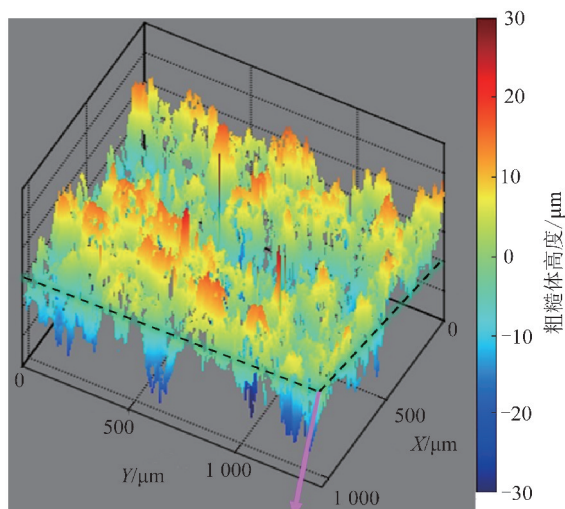


图 6 煤体孔隙壁面粗糙形貌结构

Fig. 6 Morphology and structure of rough pore wall in coal



孔隙壁面粗糙体分割基准面

图 7 孔隙壁面粗糙体三维分布特征

Fig. 7 Three-dimensional distribution characteristics of rough structures on the inner wall of pores

图 6 中左图为粗糙表面二维结构图,右图为对应的图片二值化处理结果。在二维平面中,图中白色斑点部分为光滑无粗糙区域,暗部为粗糙结构分布区域,通过 MATLAB 编程技术求得粗糙元投影底面总面积占整个平面比例  $\varphi'$  为 77.08%。由于在二维孔隙直径内部粗糙元分形维数  $D=2$  表示粗糙元铺满整个平面,所以此处根据 77.08% 比例关系求得对应  $D=1.5416$ 。

图 7 中以粗糙体峰值 0 高度作为孔隙壁面分割基准面,以上部分为上凸粗糙体,以下为下凸粗糙体。由于第 2 节中将粗糙体假想为半球微元体,所以粗糙体微元底面直径最小值与最大值之比  $\varepsilon$  就转化为粗糙元高度之比。在实际岩石孔隙中,存在孔隙内壁粗糙元直径大小与孔隙半径相当,此时粗糙元最大直径  $d_{\max}$  即为孔隙半径。因此,在  $\varphi' = 77.08\%$ ,  $D = 1.5416$ ,  $d_{\max} = r$  的赋值条件下,可求出相对粗糙度值,求解公式为

$$\gamma = \frac{\bar{h}}{r} = \frac{\varphi' 2 - D(1 - \varepsilon^{3-D})}{3 3 - D(1 - \varphi')} \quad (37)$$

为便于计算这里将粗糙元最低轮廓(图 7 中浅色部分所构成的宏观轮廓)偏离基准面的算术平均值作为粗糙体理想化最小高度值(该值由设备自带的 OneAttention 软件处理得到),相对粗糙度计算结果见表 1。

表 1 壁面粗糙结构的参数信息

Table 1 Parameters about the structure roughness of inner surface in pore

表面轮廓偏离分割基准面的算术平均差/ $\mu\text{m}$	最大峰 值/ $\mu\text{m}$	粗糙元高度之比 $\varepsilon$	相对粗糙度 $\gamma$
4.174	46.263	0.009	0.352

本文所提出的相对粗糙度计算公式(式(37)),相较于 DARABI 等<sup>[31]</sup>提出的孔隙粗糙度经验性表达式(分子直径与孔隙局部直径比值的指数式修正系数,见表 2 中 Darabi 模型),以真实孔隙简化后的微结构分形几何解析表达式,更能直观反映出煤体中微纳米孔隙的结构参数,能更好地反映粗糙元底面直径、排布方式、内壁面积覆盖度等因素对气体传输通道有效半径的影响。

### 3.5 视渗透率模型验证性实验

对于孔隙瓦斯气体传输方程,采用等效的渗透率方程验证是最为直接有效的方法<sup>[32]</sup>。因此,在未经修正的多孔介质固有渗透率模型基础之上,学者们又提出了多种较为精确的视渗透率模型,具体见表 2。

本文孔隙渗透率验证实验步骤为:首先以纳米薄膜材料为孔隙载体,通过 SEM 扫描技术对纳米孔隙薄膜孔径分布进行表征(图 8);然后利用 MATLAB 对图片进行二值化处理求得孔隙率(参数见表 3);并利用河南理工大学 PMI 微渗透测试设备(图 9)进行渗透率实验。最后,将本文视渗透率模型和几种典型

表2 几种典型孔隙流体的视渗透率模型

Table 2 Several typical apparent permeability models of gas flow in pore

模型简称	视渗透率模型数学表达式阐述
Darabi 模型 <sup>[31]</sup>	$K_{app} = \left[ 1 + 4AKn + \frac{64\varphi Kn}{37\pi} \left( \frac{\delta}{r} \right)^{D_f-2} \right] K_{Darcy}, \left( \frac{\delta}{r} \right)^{D_f-2}$ 为考虑粗糙度影响的修正系数, $D_f=2.5$ , 孔隙迂曲度 $\tau=2.2$ , 甲烷分子直径 $\delta=0.38$ nm
Civan 模型 <sup>[32]</sup>	$K_{app} = [1 + \beta(Kn)Kn] \left( 1 + \frac{4Kn}{1+Kn} \right) K_{Darcy}, \beta(Kn) = \frac{64}{15\pi \left( 1 + \frac{0.199}{Kn^{0.365}} \right)}$
Beskok 模型 <sup>[33]</sup>	$K_{app} = [1 + \alpha(Kn)Kn] \left( 1 + \frac{4Kn}{1+Kn} \right) K_{Darcy}, \alpha(Kn) = \frac{128}{15\pi^2} \arctan(4Kn^{0.4})$

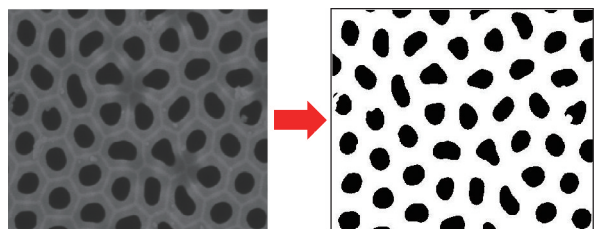


图8 纳米孔隙薄膜 SEM 图和对应的二值化图

Fig. 8 Images of SEM and matched binarization of nanofilm

表3 纳米薄膜物理特性参数

Table 3 Characteristic parameters of nanofilm

编号	平均孔径/nm	孔隙率/%	平均膜厚/ $\mu\text{m}$
1	288	20.8	60
2	293	19.5	60

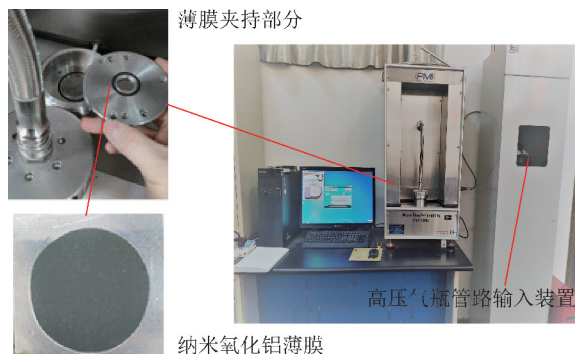


图9 纳米薄膜微渗透性测试设备

Fig. 9 Micro-flow Permeability equipment for nanofilm

视渗透率模型的计算结果与实验结果进行对比,对比结果如图10所示。

不论是微米级的孔隙通道还是纳米级孔隙通道,其内部形貌结构在一定程度上都较为类似。PFUND等<sup>[34]</sup>通过微米级管道的流体分析,得出相对粗糙度随着孔隙尺度的减小而增大,孔隙壁面粗糙将对流体传输造成显著影响。图10中的模型对比结果有效验证了这一观点,相较于其他理论模型不考虑粗糙度影

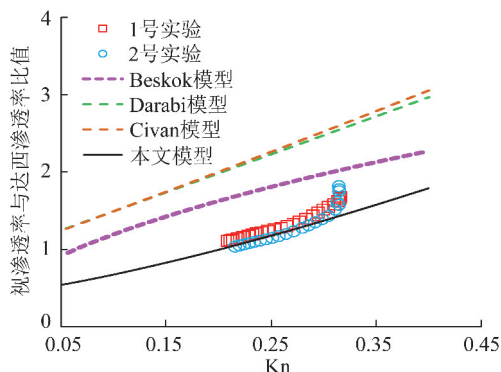


图10 理论模型与实验数据比较结果

Fig. 10 Comparison results between theoretical models and experimental data

响或者采用粗糙度经验性公式的视渗透率模型,本文模型更加精确可靠。同时从图10中也可以看出,本文所建立的视渗透率传输模型与实验结果吻合效果良好,充分证明了用分形方法表征孔隙微观结构进而研究粗糙微纳米气体传输的合理性和准确性。

## 4 结 论

(1)以分形表征得到的微纳米孔隙的粗糙元有效平均高度,精细地反映了微纳米孔隙表面的粗糙结构机制,并且每个结构参数的物理意义明确,能够揭示影响有效孔隙半径的微观结构机制,这对于以分形拓扑理论构建自仿射粗糙微通道进行煤层瓦斯气体流动模拟研究具有重要意义。

(2)相较于直接在气体传输方程中采用粗糙度经验公式修正微纳米孔隙瓦斯气体传输通量的方法,利用粗糙形貌3D扫描成像设备,对孔隙粗糙表面微结构进行定量表征,所求得的相对粗糙度值更加科学可靠。

(3)所建立的基于分形表征的粗糙孔隙瓦斯气体传输方程综合考虑了孔隙粗糙度、气体速度滑移和分子扩散对瓦斯气体流动的重要影响,计算结果更为

准确合理,有效揭示了瓦斯气体微观传输机制。

## 参考文献 (References):

- [1] 王慧妮,倪万魁. 基于计算机 X 射线断层术与扫描电镜图像的黄土微结构定量分析[J]. 岩土力学, 2012, 33(1): 243-247, 254.  
WANG Huini, NI Wankui. Quantitative analysis of loess microstructure based on CT and SEM images[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(1): 243-247, 254.
- [2] 康志勤,李翔,李伟,等. 煤体结构与甲烷吸附/解吸规律相关性实验研究及启示[J]. 煤炭学报, 2018, 43(5): 1400-1407.  
KANG Zhiqin, LI Xiang, LI Wei, et al. Experimental investigation of methane adsorption/desorption behavior in coals with different coal-body structure and its revelation[J]. Journal of China Coal Society, 2018, 43(5): 1400-1407.
- [3] 鞠杨,谢和平,郑泽民,等. 基于 3D 打印技术的岩体复杂结构与应力场的可视化方法[J]. 科学通报, 2014, 59(32): 3109-3119.  
JU Yang, XIE Heping, ZHENG Zemin, et al. Visualization of the complex structure and stress field inside rock by means of 3D printing technology[J]. Chinese Science Bulletin, 2014, 59(32): 3109-3119.
- [4] 兰红波,李涤尘,卢秉恒. 微纳尺度 3D 打印[J]. 中国科学: 技术科学, 2015, 45(9): 919-940.  
LAN Hongbo, LI Dichen, LU Bingheng. Micro-and nanoscale 3D printing[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2015, 45(9): 919-940.
- [5] 姚素平,焦堃,张科,等. 煤纳米孔隙结构的原子力显微镜研究[J]. 科学通报, 2011, 56(22): 1820-1827.  
YAO Suping, JIAO Kun, ZHANG Ke, et al. An atomic force microscopy study of coal nanopore structure[J]. Chinese Science Bulletin, 2011, 56(22): 1820-1827.
- [6] 吴鑫,刘长武. 基于表面分形特征的煤岩冲击倾向性评价[J]. 地下空间与工程学报, 2013, 9(5): 1045-1049.  
WU Xin, LIU Changwu. Evaluating the proneness of coal rockburst based on the surface fractal feature[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2013, 9(5): 1045-1049.
- [7] 李果,张茹,徐晓炼,等. 三轴压缩煤岩三维裂隙 CT 图像重构及体分形维研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(6): 1633-1642.  
LI Guo, ZHANG Ru, XU Xiaolian, et al. CT image reconstruction of coal three-dimensional fractures and body fractal dimension under triaxial compression test[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(6): 1633-1642.
- [8] XU P, YU B. The scaling laws of transport properties for fractal-like tree networks[J]. Journal of Applied Physics, 2006, 100(10): 104906-8.
- [9] 谢和平,岩土介质的分形孔隙和分形粒子[J]. 力学进展, 1993, 23(2): 145-164.  
XIE Heping. Fractal pores and fractal particles of rock and soil materials[J]. Advances in Mechanics, 1993, 23(2): 145-164.
- [10] 王恩元,何学秋. 煤岩等多孔介质的分形结构[J]. 焦作工学院学报, 1996(4): 19-23.  
WANG Enyuan, HE Xueqiu. Fractal structure of porous media such as coal and rock[J]. Journal of Henan Polytechnic University, 1996(4): 19-23.
- [11] 李子文,郝志勇,庞源,等. 煤的分形维数及其对瓦斯吸附的影响[J]. 煤炭学报, 2015, 40(4): 863-869.  
LI Ziwen, HAO Zhiyong, PANG Yuan, et al. Fractal dimensions of coal and their influence on methane adsorption[J]. Journal of China Coal Society, 2015, 40(4): 863-869.
- [12] 李子文,林柏泉,郝志勇,等. 煤体多孔介质孔隙度的分形特征研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2013, 30(3): 437-442, 448.  
LI Ziwen, LIN Boquan, HAO Zhiyong, et al. Fractal characteristics of porosity for porous media in coal mass[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2013, 30(3): 437-442, 448.
- [13] 郑仟,分形多孔介质中气体流动与扩散的输运特性研究[D]. 武汉:华中科技大学, 2012: 3-9.  
ZHENG Qian. Study of some transport properties for gas flow and diffusion through fractal porous media[D]. Wuhan: Huazhong University of science and Technology, 2012, 3-9.
- [14] 员美娟,郁伯铭,郑伟,等. 多孔介质中卡森流体的分形分析[J]. 物理学报, 2011, 60(2): 404-409.  
YUAN Meijuan, YU Boming, ZHENG Wei, et al. Fractal analysis of Casson fluid flow in porous media[J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(2): 404-409.
- [15] 李玉丹,董平川,张荷,等. 基于分形理论的页岩基质表观渗透率研究[J]. 油气地质与采收率, 2017, 24(1): 92-99.  
LI Yudan, DONG Pingchuan, ZHANG He, et al. Analysis on apparent permeability of shale matrix based on fractal theory[J]. Petroleum Geology and Recovery Efficiency, 2017, 24(1): 92-99.
- [16] 王洪磊. 低渗煤层瓦斯多机制流动模型研究[D]. 焦作:河南理工大学, 2017: 51-60.  
WANG Honglei. Study on the multi-mechanism model of gas transport in low permeability coal seams[D]. Jiaozuo: Henan Polytechnic University, 2017: 51-60.
- [17] YANG S, LIANG M, YU B, et al. Permeability model for fractal porous media with rough surfaces[J]. Microfluidics & Nanofluidics, 2015, 18(5-6): 1085-1093.
- [18] MAJUMDAR A. Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces[J]. Journal of Tribology, 1990, 112(2): 205-216.
- [19] MAJUMDAR, BHUSHAN B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces[J]. Journal of Tribology, 1991, 113(1): 1-11.
- [20] 杨珊珊. 粗糙微通道流体流动特性的分形分析[D]. 武汉:华中科技大学, 2015, 18-32.  
YANG Shanshan. A fractal analysis of low properties in roughened micro-channels[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2015, 18-32.
- [21] 刘建国,王洪涛,聂永丰. 多孔介质中溶质有效扩散系数预测的分形模型[J]. 水科学进展, 2004, 15(4): 458-462.  
LIU Jianguo, WANG Hongtao, NIE Yongfeng. Fractal model for predicting effective diffusion coefficient of solute in porous media[J]. Advances in water science, 2004, 15(4): 458-462.
- [22] 徐鹏,李翠红,柳海成,等. 多尺度多孔介质有效气体输运参数的分形特征[J]. 地球科学, 2017, 42(8): 1373-1378.  
XU Peng, LI Cuihong, LIU Haicheng, et al. Fractal features of the



- effective gas transport coefficient for multiscale porous media[J]. *Earth Science*, 2017, 42(8):1373-1378.
- [23] YU B. Analysis of flow in fractal porous media[J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2008, 61(5):050801.
- [24] YU B, LEE L J, CAO H. A fractal in-plane permeability model for fabrics[J]. *Polymer Composites*, 2004, 23(2):201-221.
- [25] 魏建平, 王洪磊, 王登科, 等. 考虑渗流-扩散的煤层瓦斯流动修正模型[J]. *中国矿业大学学报*, 2016, 45(5):873-878.  
WEI Jianping, WANG Honglei, WANG Dengke, et al. An improved model of gas flow in coal based on the effect of penetration and diffusion[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2016, 45(5):873-878.
- [26] WANG D K, LIU S M, WEI J P, et al. A research study of the intra-nanopore methane flow law[J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2017, 42(29):18607-18613.
- [27] REIF F, SCITT H L. Fundamentals of statistical and thermal physics[M]. *Physics Today*, 1967, 20(12):85-87.
- [28] ROMANOV V N, GRAESER L C, JIKICH S A, et al. Coal-gas interaction: Implications of changes in texture and porosity[J]. *International Journal of Coal Science & Technology*, 2016, 3(1):10-19.
- [29] CHENG Yuanping, JIANG Haina, ZHANG Xiaolei, et al. Effects of coal rank on physicochemical properties of coal and on methane adsorption[J]. *International Journal of Coal Science & Technology*, 2017, 4(2):129-146.
- [30] AGRAWAL A, PRABHU S V. Survey on measurement of tangential momentum accommodation coefficient[J]. *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films*, 2008, 26(4):634-645.
- [31] DARABI H, ETTEHAD A, JAVADPOUR F Sepehrnoori. Gas flow in ultra-tight shale strata[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2012, 710(12):641-658.
- [32] CIVAN F. Effective correlation of apparent gas permeability in tight porous media[J]. *Transport in Porous Media*, 2010, 82(2):375-384.
- [33] BESKOK A, KARNIADAKIS G E. A model for flow in channels, pipes, and ducts at micro and nano scales[J]. *Microscale Thermophysical Engineering*, 1999, 3:43-77.
- [34] PFUND D, RECTOR D, SHEKARRIZ A, et al. Pressure drop measurements in a microchannel[J]. *Aiche Journal*, 2000, 46(8):1496-1507.