



推荐阅读:

[2025 年中国能源消费及煤炭需求预测](#)

[深部岩体力学与开采理论研究进展](#)

[煤炭开采与岩层运动](#)

[煤矿千米深井围岩控制及智能开采技术构想](#)

煤炭开采:

[煤及共伴生资源精准开采科学问题与对策](#)

[煤矿厚煤层高强度开采技术特征及指标研究](#)

[深部煤炭资源采选充绿色化开采理论与技术](#)

[我国放顶煤开采的工程实践与理论进展](#)

[“采充并行”式保水采煤方法](#)

[特厚煤层综放开采地表沉陷预计模型算法改进](#)

[特厚煤层智能化综放开采理论与关键技术架构](#)

[煤矿“采选充+X”绿色化开采技术体系与工程实践](#)

煤岩动力灾害:

[煤矿冲击地压扰动响应失稳理论及应用](#)

[煤矿深部开采煤岩动力灾害多尺度分源防控理论与技术架构](#)

[冲击危险评价的相对应力集中系数叠加法](#)

[煤矿复合动力灾害危险性实时预警平台研究与展望](#)

[煤矿典型动力灾害风险精准判识及监控预警关键技术研究进展](#)

[基于冲击启动过程的近场围岩冲击危险性电磁波 CT 评估方法](#)

[煤矿冲击地压启动理论及其成套技术体系研究](#)

[基于变分模态分解及能量熵的微震信号降噪方法](#)

[煤矿深部开采冲击地压监测解危关键技术研究](#)



移动阅读

姚亚锋,程桦,荣传新,等. 基于大数据挖掘的深土井壁极限承载力模糊随机模型[J]. 煤炭学报,2020,45(3): 1089-1098. doi:10.13225/j.cnki.jccs.2019.0318

YAO Yafeng, CHENG Hua, RONG Chuanxin, et al. Fuzzy random analysis on ultimate bearing capacity based on big data mining in deep alluvium[J]. Journal of China Coal Society, 2020, 45(3): 1089-1098. doi:10.13225/j.cnki.jccs.2019.0318

基于大数据挖掘的深土井壁极限承载力模糊随机模型

姚亚锋^{1,2},程桦^{1,3},荣传新⁴,姚直书⁴,薛维培⁴

(1. 安徽理工大学 安全科学与工程博士后科研流动站,安徽 淮南 232001; 2. 南通职业大学 建筑工程学院,江苏 南通 226001; 3. 安徽大学 资源与环境工程学院,安徽 合肥 230022; 4. 安徽理工大学 土木建筑学院,安徽 淮南 232001)

摘要:为有效抵御地下结构工程中复杂多变的外荷载,提升深土井筒支护的安全可靠性,运用两淮矿区深厚冲积层井壁为原型,按相似性原理浇筑钢筋混凝土井壁模型,进行了大量钢筋混凝土井壁模型的极限承载力试验,结果发现影响井壁极限承载力的主要因素有混凝土抗压强度、厚径比和配筋率。其中,混凝土抗压强度对井壁承载力影响较为明显,配筋率影响较弱,但各影响因素在深厚冲积层实际工程中又伴随着不同程度的不确定性。针对深厚冲积层井筒施工过程中极限承载力及其影响因素的模糊随机性,以大量井壁试验和两淮矿区的钢筋混凝土井筒工程参数作为大数据样本集,分析结构材料、几何参数和计算模式的不确定分布情况,得到混凝土抗压强度、厚径比和配筋率的模糊随机分布规律。采用最大期望算法(EM)优化传统的大数据HMM挖掘模型,分别经过E步骤计算极大似然估计值和M步骤计算参数期望估计,改进后模型经过两次模糊随机过程,相比原算法具有误差小、效率高和收敛快等优点,更能满足实际地下工程中的不确定特性。基于改进后的大数据挖掘HMM算法,综合大数据环境下的材料性能、几何参数和计算模式的模糊随机分布,建立大数据挖掘井壁极限承载力模糊随机模型,实例证明该模型更加可靠合理,更具有工程实用价值。

关键词:钢筋混凝土井壁;极限承载力;模糊随机;结构参数;大数据挖掘;HMM模型

中图分类号:TD352 **文献标志码:**A **文章编号:**0253-9993(2020)03-1089-10

Fuzzy random analysis on ultimate bearing capacity based on big data mining in deep alluvium

YAO Yafeng^{1,2}, CHENG Hua^{1,3}, RONG Chuanxin⁴, YAO Zhishu⁴, XUE Weipei⁴

(1. Post-doctoral Research Station of Safety Science and Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China; 2. School of Architectural Engineering, Nantong Vocational College, Nantong 226001, China; 3. School of Resources and Environmental Engineering, Anhui University, Hefei 230022, China; 4. School of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

Abstract: In order to resist complex and changeable loading of underground structure engineering effectively, and improve the safety and reliability of the shaft lining, regarding shafts in the deep alluvium of Huainan and Huaibei mining area as the prototype and pouring reinforced concrete shaft lining model according to the similarity principle, a lot of ultimate bearing capacity tests of reinforced concrete lining models are conducted. The result shows that the main factors affecting load bearing capacity are concrete compression strength, ratio of lining thickness to inner radius and rein-

forcement ratio. Among them, the impact of concrete compressive strength on shaft lining bearing capacity is obvious, and the impact of reinforcement ratio is weak. However, various influencing factors are accompanied by varying degrees of uncertainty in practical engineering. Aiming at the fuzzy random of ultimate bearing capacity in deep alluvium, based on the sample big data set of shaft lining structure parameters and tests of high strength reinforced concrete in Huainan and Huaibei mining area, the uncertainty distribution of structural materials, geometric parameters and calculation model are analyzed to obtain the fuzzy random distributive rules of concrete compression strength, ratio of lining thickness to inner radius and reinforcement ratio. The traditional data mining HMM model is improved by using the algorithm of maximum expected (EM). The maximum likelihood estimate value is calculated in step E and the parameter expectation estimate is calculated in step M respectively. The improved model has gone through two fuzzy random processes. Compared with the original algorithm, it has the advantages of small error, high efficiency and fast convergence, thus can better suit the uncertain characteristics of actual underground engineering. Based on the improved data mining algorithm, the integrated fuzzy random distribution of structural materials, and the geometric parameters and calculation model under big data environment, an ultimate bearing capacity fuzzy random model with big data mining of high strength reinforced concrete shaft lining has been set up, and proved to be more reasonable and practical for engineering, thus providing reliable references for the design of reinforced concrete shaft lining structural parameters in deep alluvium in the future.

Key words: reinforced concrete shaft lining; ultimate bearing capacity; fuzzy random; structural parameters; data mining; HMM model

随着煤炭资源的不断开发,新井建设时穿过的表土层将越来越厚,井壁所承受的外荷载明显增加且伴随不确定性^[1-4],导致井壁安全面临着巨大考验。为有效抵御复杂多变的外荷载作用,对于深厚冲积层中的井筒支护,通常采用高强钢筋混凝土井壁结构。

前期理论分析和试验结果表明,虽然高强混凝土可提高井壁强度,但随着强度等级的提高,其脆性也相应增大,反而导致井壁的可靠性下降。考虑到建井速度和造价,井壁厚度设计也不宜过大。因此,设计安全可靠的井壁结构参数及计算准确的井壁极限承载力已成为建井界亟待解决的焦点问题。

国内外学者在这方面研究已取得一些成果:徐栓强等^[5]采用双剪统一准则进行井筒的安定性分析,得出应力和极限承载力的一致解析解。姚直书等^[6]针对双层钢板高强混凝土复合井壁的强度进行了承载力试验和数值模拟,获其井壁结构强度的计算公式。梁化强等^[7]利用弹性理论将井壁承载力问题变换为空间轴对称问题,得出约束内壁前后井壁的应力解。姚直书等^[8]经过理论研究和模型试验,分析该复合井壁结构的力学特性和极限承载力大小,根据试验结果和公式推导获得承载力的解析表达式。但这些分析求解尚未综合考虑深厚冲积层下复杂多变的岩土环境和自身材料参数的不确定性,在实际使用中会有一些的局限性。

笔者基于改进的大数据挖掘算法,以两淮矿区现有深厚冲积层高强钢筋混凝土井壁结构参数和大量的试验数据为依据,分析井壁结构材料、几何参数和计算模式等因素的不确定分布规律,进而建立大数据挖掘井壁极限承载力的模糊随机模型。

1 高强钢筋混凝土井壁模型试验

1.1 试验装置及方法

进行高强钢筋混凝土井壁的原型破坏性试验的难度较大,因此根据相似性理论和弹性力学方程,常采用缩小尺寸的井壁结构模型进行相应的试验研究。满足的相似性^[9-11]条件为

$$\begin{cases} C_E = C_\sigma = C_p = C_R = 1 \\ C_\varepsilon = 1 \\ \{C_\mu = 1 \\ C_\nu = 1 \\ C_l = C_\delta \end{cases} \quad (1)$$

其中, C_E 为弹性模量相似常数; C_σ 为应力相似常数; C_p 为荷载相似常数; C_R 为强度相似常数; C_ε 为应变相似常数; C_μ 为配筋率相似常数; C_ν 为泊松比相似常数; C_l 为几何相似常数; C_δ 为位移相似常数。

为确保满足相似性,试验前需采用精密模具浇注井壁模型。加工完成后进行养护,再在磨床上抛光,保证模型表面光滑。将模型同一水平内外表面及钢

筋网内外排粘贴若干应变片,用于记录钢筋混凝土应变值(图 1(a)),在加载台座上下端面各设置一道橡胶圈密封,保证模型在径向的自由滑动。



(a) 传感器



(b) 加载装置

图 1 井壁模型试验装置

Fig. 1 Experimental loading device for shaft lining

试验过程中,采用如图 1(b)的专门高强液压加载装置,由高压油泵施加水平油压模拟横向均匀地压作用,竖向采用刚度极大的螺栓和盖板紧紧约束,确保井壁模型始终处于平面应变状态。预加载 3 次之后,进行分类分级加载,每 30 s 加载 0.5 MPa,然后稳压 1~2 min 再继续加载。最后以 2 MPa 为一级记录每级荷载作用下钢筋混凝土应变值,通过传感器对荷载进行实时监控直至井壁破裂,确保试验结果和误差在规定范围内。

1.2 试验结果

以两淮矿区的潘北矿风井和口孜东矿主井井壁为原型,按上述试验方法浇筑钢筋混凝土井壁模型,采用直径 6 mm 的冷轧钢筋,混凝土配合比见表 1。利用相似性原理对井壁模型进行极限承载力试验,结果见表 2。

1.3 结果分析

试验结果发现,混凝土抗压强度、厚径比(井壁厚度与内半径之比)和配筋率对井壁极限承载力均起不同程度的影响作用。假定其中两个参量不变,继续进行模型试验,可得极限承载力与抗压强度、厚径比和配筋率的曲线关系,如图 2 所示。

表 1 井壁模型混凝土配合比

Table 1 Concrete proportion of shaft lining models

强度等级	水泥/kg	矿物掺合料/kg	胶凝材料/kg	水胶比	砂率/%	外加剂参量/%
C65	410	150	540	0.28	36	1.9
C70	415	160	560	0.27	35	2.0
C75	415	165	580	0.26	35	2.0

表 2 井壁模型极限承载力试验结果

Table 2 Test results of shaft lining models loading capacities

模型编号	内半径/mm	外半径/mm	厚径比	混凝土抗压强度/MPa	配筋率/%	极限承载力/MPa
S-1	355.8	462.5	0.299 9	71.5	0.637	25.0
S-2	353.0	462.5	0.310 2	71.2	0.731	26.0
S-3	362.7	462.5	0.275 2	75.7	0.731	25.5
S-4	355.8	462.5	0.299 9	75.1	0.400	26.5
S-5	353.0	462.5	0.310 2	76.9	0.637	27.0
S-6	362.7	462.5	0.275 2	79.8	0.637	27.0
S-7	355.8	462.5	0.299 9	80.6	0.731	28.0
S-8	353.0	462.5	0.310 2	81.5	0.400	29.0

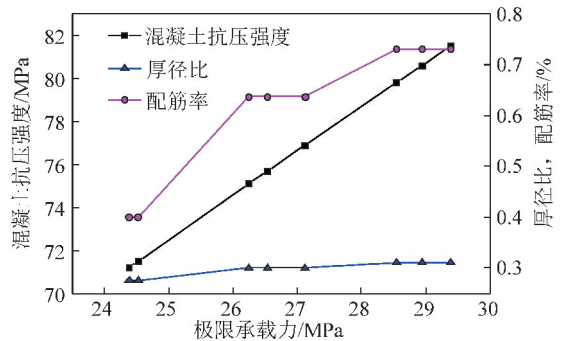


图 2 井壁结构参数关系曲线

Fig. 2 Relationship curves between structural parameters of shaft lining

曲线表明,混凝土抗压强度对提高井壁承载力最为显著,井壁混凝土强度上升 0.4%,极限承载力就能增加 1 MPa 左右;而配筋率对承载力影响最弱,配筋率提高 15%,则井壁极限承载力才能提高 1 MPa 左右。在试验过程中,尽管各参数表现出大致的影响规律,但同时考虑到深厚冲积层施工过程中的模糊随机性,为经济合理地设计井壁结构和计算极限承载力指导工程实践,需首先对各因素(参数)进行模糊随机分析。

2 极限承载力影响因素模糊随机分析

井壁的极限承载力是指井筒壁能承受或抵抗外荷载的最大能力,它是进行井壁结构可靠性分析及概

率极限状态设计的基础,也是施工安全的依据。

通过大量的井壁模型试验和工程实践发现,高强钢筋混凝土井壁极限承载力与混凝土抗压强度、厚径比和配筋率等因素有关。具体工程中,由于井壁结构材料的不确定性、几何参数的不确定性和计算模式的不确定性,导致深厚冲积层中井壁的极限承载力同样具有模糊随机特性。

2.1 结构材料的模糊随机分布

根据因素分析,钢筋混凝土井壁结构材料的不确定性主要来自混凝土抗压强度的模糊随机性。混凝土轴心抗压强度是指按标准方法制作的 $150\text{ mm} \times 150\text{ mm} \times 300\text{ mm}$ 棱柱体试件能抵抗外部的压强值^[12]。假设井壁结构材料的不定性用模糊随机变量 Θ_K 表示,即

$$\Theta_K = \frac{K_s}{K_b} \quad (1)$$

式中, K_s, K_b 分别为高强混凝土轴心抗压强度的实测值和标准值。

通过对两淮矿区冻结井筒中高强混凝土的强度进行调研,整理并收集了大量的高强混凝土预留试块强度数据,将一些非标准试块标准化处理后进行测量和统计,得到不同强度等级高强混凝土轴心抗压强度的模糊随机分布规律,见表 3。

表 3 高强混凝土抗压强度模糊随机分布

Table 3 Fuzzy random distribution of high strength concrete compressive strength

参量	混凝土等级				
	C60	C65	C70	C75	C80
均值 μ_K /MPa	38.5	41.5	44.5	47.4	50.2
标准差 σ_K	3.980 9	5.295 4	3.244 1	4.104 0	4.779 0
变异系数 δ_K	0.103 4	0.127 6	0.072 9	0.086 5	0.095 2

由此推断变量 Θ_K 的分布特征为

$$\mu_{\Theta_K} = \frac{1}{K_b} \mu_{K_s} \quad (3)$$

$$\delta_{\Theta_K} = \delta_{K_s} \quad (4)$$

式中, $\mu_{\Theta_K}, \mu_{K_s}$ 分别为 Θ_K, K_s 的均值; $\delta_{\Theta_K}, \delta_{K_s}$ 分别为 Θ_K, K_s 的变异系数。

2.2 几何参数的模糊随机分布

钢筋混凝土井壁结构几何参数的不确定性主要来自井壁施工偏差引起的厚径比和配筋率的模糊随机性^[13]。厚径比是井筒几何特征的参数,指井壁厚度与内半径之比;而配筋率是影响构件受力特征的参数,指钢筋混凝土构件中纵向受力钢筋的面积与构件的有效面积之比。假设几何参数的总体不定性用模

糊随机变量 Θ_G 表示,即

$$\Theta_G = \Theta_M \Theta_N \quad (5)$$

式中, Θ_M, Θ_N 分别为厚径比的不定性和配筋率的不定性。根据数字特征的基本性质,可得

$$\mu_{\Theta_G} = \mu_{\Theta_M} \mu_{\Theta_N} \quad (6)$$

$$\sigma_{\Theta_G} = \sqrt{\mu_{\Theta_M}^2 \sigma_{\Theta_N}^2 + \mu_{\Theta_N}^2 \sigma_{\Theta_M}^2} \quad (7)$$

$$\delta_{\Theta_G} = \sqrt{\delta_{\Theta_M}^2 + \delta_{\Theta_N}^2} \quad (8)$$

式中, $\mu_{\Theta_G}, \mu_{\Theta_M}, \mu_{\Theta_N}$ 分别为 $\Theta_G, \Theta_M, \Theta_N$ 的均值; $\sigma_{\Theta_G}, \sigma_{\Theta_M}, \sigma_{\Theta_N}$ 分别为 $\Theta_G, \Theta_M, \Theta_N$ 的标准差; $\delta_{\Theta_G}, \delta_{\Theta_M}, \delta_{\Theta_N}$ 分别为 $\Theta_G, \Theta_M, \Theta_N$ 的变异系数。

分析井壁结构几何参数不定性产生的原因,厚径比不定性模糊随机变量 Θ_M 及分布可表示为

$$\Theta_M = \frac{a_k}{a_0} \quad (9)$$

$$\mu_{\Theta_M} = \frac{1}{a_0} \mu_{a_k} \quad (10)$$

$$\sigma_{\Theta_M} = \frac{1}{a_0} \sigma_{a_k} \quad (11)$$

$$\delta_{\Theta_M} = \delta_{a_k} \quad (12)$$

式中, a_k, a_0 分别为井壁结构厚径比的实测值与设计值; $\mu_{\Theta_M}, \mu_{a_k}$ 分别为 Θ_M, a_k 的均值; $\sigma_{\Theta_M}, \sigma_{a_k}$ 分别为 Θ_M, a_k 的标准差; $\delta_{\Theta_M}, \delta_{a_k}$ 分别为 Θ_M, a_k 的变异系数。

同样,配筋率不定性模糊随机变量 Θ_N 及分布可表示为

$$\Theta_N = \frac{b_k}{b_0} \quad (13)$$

$$\mu_{\Theta_N} = \frac{1}{b_0} \mu_{b_k} \quad (14)$$

$$\sigma_{\Theta_N} = \frac{1}{b_0} \sigma_{b_k} \quad (15)$$

$$\delta_{\Theta_N} = \delta_{b_k} \quad (16)$$

式中, b_k, b_0 分别为井壁结构配筋率的实际值与设计值; $\mu_{\Theta_N}, \mu_{b_k}$ 分别为 Θ_N, b_k 的均值; $\sigma_{\Theta_N}, \sigma_{b_k}$ 分别为 Θ_N, b_k 的标准差; $\delta_{\Theta_N}, \delta_{b_k}$ 分别为 Θ_N, b_k 的变异系数。

将式(9)~(16)代入式(5)~(7)可得几何参数总体不定性的模糊随机分布:

$$\mu_{\Theta_G} = \frac{1}{a_0 b_0} \mu_{a_k} \mu_{b_k} \quad (17)$$

$$\sigma_{\Theta_G} = \frac{1}{a_0 b_0} \sqrt{(\mu_{a_k}^2 \sigma_{b_k}^2 + \mu_{b_k}^2 \sigma_{a_k}^2)} \quad (18)$$

$$\delta_{\Theta_G} = \sqrt{\delta_{a_k}^2 + \delta_{b_k}^2} \quad (19)$$

通过对两淮矿区冻结井筒中厚径比和配筋率进行调研,整理并收集了几十组井筒的几何参数,并在不同层位取样,样本达数百个。分析得到深厚冲积层高强钢筋混凝土井壁结构几何参数中的厚径比和配

筋率不定性的模糊随机分布规律,见表4。

表4 厚径比与配筋率不定性的模糊随机分布

Table 4 Fuzzy random distribution of uncertainty about ratio of lining thickness to inner radius and reinforcement ratio

几何参数	厚径比不定性 Θ_M	配筋率不定性 Θ_N
均值 μ	1.033 4	1.040 7
标准差 σ	0.254 0	0.074 7
变异系数 δ	0.245 8	0.071 8

2.3 计算模式的模糊随机分布

计算模式的不确定性主要指在计算钢筋混凝土井壁极限承载力时由于采用的公式和假设不精确而引起的模糊随机性,可通过与试验测量值或规范模式的结果对比来反映其分布。假设钢筋混凝土井壁极限承载力计算模式的不定性用模糊随机变量 Θ_R 表示:

$$\Theta_R = \frac{R_k}{R_0} \quad (20)$$

式中, R_k 为钢筋混凝土井壁结构极限承载力的实际值(试验值); R_0 为相应经验公式的计算值。

根据安徽理工大学地下结构所钢筋混凝土井壁模型试验多年研究结果:在极限状态下,如果忽略配筋率对井壁极限承载能力的影响,则井壁截面上的切向载荷主要同混凝土抗压强度与井筒厚径比有关^[14-16]。由大量试验数据回归得到井壁极限承载力的公式,即

$$R = 3.596\lambda^{0.6523}\sigma_c^{0.6459} \quad (21)$$

式中, R 为井壁极限承载力; σ_c 为混凝土轴心抗压强度; λ 为井筒厚径比。

式(21)是假设在均布荷载作用下,忽略配筋率时井壁极限承载能力的计算公式。因此, R_0 可表示为

$$R_0 = 3.596\lambda^{0.6523}\sigma_c^{0.6459} \quad (22)$$

若考虑配筋率,假设井壁环向截面上的应力是均匀分布的,由轴对称平衡条件可得

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} = 0 \quad (23)$$

式中, σ_r 为沿径向分布的应力; σ_t 为沿环向分布的应力; r 为井筒的半径。

由于环向应力 σ_t 均匀分布, $\frac{d\sigma_t}{dr} = 0$, 则在边界条件 $r = a$ 时,有

$$\sigma_r = \left(1 - \frac{a}{r}\right)\sigma_t \quad (24)$$

考虑到井壁内混凝土强度随径向应力的增大而提高,根据混凝土强度试验资料,井壁内混凝土强度条件可表示为

$$\sigma_t - \kappa\sigma_r = \sigma_c \quad (25)$$

联立式(22)和(23),考虑配筋率的影响,经过整理可得钢筋混凝土井壁极限承载能力的计算公式为

$$R_0 = \frac{\lambda\sigma_c}{1 - \lambda\kappa} + \mu_g\sigma_g \quad (26)$$

式中, κ 为混凝土强度系数; μ_g 为井筒环向配筋率; σ_g 为井壁内钢筋的屈服强度。

将式(22)和(26)不同模式下的钢筋混凝土井壁极限承载力计算值与实测值对比,按式(20)得计算模式不定性的模糊随机分布,见表5。

表5 极限承载力计算模式不定性的模糊随机分布

Table 5 Fuzzy random distribution of uncertainty about calculation mode of ultimate bearing capacity

计算模式不定性	均值 μ_{Θ_R}	标准差 σ_{Θ_R}	变异系数 δ_{Θ_R}
Θ_R	0.850 3	0.216 7	0.254 8

3 极限承载力的模糊随机分布

在大数据基础上,综合考虑井壁结构材料、几何参数和计算模式的不确定性影响,分析钢筋混凝土井壁极限承载力的模糊随机分布特性^[17-18]。根据式(20)可得

$$R_k = \Theta_R R_0 = \Theta_R R[(\Theta_{K_i}, f_{\Theta_{K_i}})(\Theta_{G_i}, f_{\Theta_{G_i}})] \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (27)$$

式中, R_k, R_0 分别为极限承载力的实际值和经验公式的计算值; Θ_R 为计算模式不定系数; $\Theta_{K_i}, f_{\Theta_{K_i}}$ 分别为井壁结构第 i 种材料相应性能的变量和标准值; $\Theta_{G_i}, f_{\Theta_{G_i}}$ 分别为井壁结构第 i 种几何参数的变量和标准值。

由于式(26)的计算结果更加接近实际值,故将其代入式(26)有

$$R_k = \Theta_R R_0 = \Theta_R \left(\frac{\lambda\sigma_c}{1 - \lambda\kappa} + \mu_g\sigma_g \right) \quad (28)$$

将 R_0 按泰勒级数进行展开,可得其均值、标准差和变异系数:

$$\mu_{R_0} = \frac{\mu_\lambda\mu_{\sigma_c}}{(1 - \kappa\mu_\lambda)} + \mu_{\mu_g}\sigma_g \quad (29)$$

$$\sigma_{R_0} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{\partial R_0}{\partial \lambda} \Big|_{\mu_\lambda} \sigma_{\sigma_\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_0}{\partial \sigma_c} \Big|_{\mu_{\sigma_c}} \sigma_{\sigma_{\sigma_c}}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_0}{\partial \mu_g} \Big|_{\mu_{\mu_g}} \sigma_{\mu_g}\right)^2} \quad (30)$$

$$\delta_{R_0} = \frac{\sigma_{R_0}}{\mu_{R_0}} \quad (31)$$

式中, $\mu_{R_0}, \mu_\lambda, \mu_{\sigma_c}, \mu_{\mu_g}$ 分别为 $R_0, \lambda, \sigma_c, \mu_g$ 的均值; $\sigma_{R_0}, \sigma_\lambda, \sigma_{\sigma_c}, \sigma_{\mu_g}$ 分别为 $R_0, \lambda, \sigma_c, \mu_g$ 的标准差。

$$\sigma_{R_k} = \sqrt{\mu_{\theta_R}^2 \left[\left(\frac{\partial R_0}{\partial \lambda} \bigg|_{\mu_\lambda} \sigma_\lambda \right)^2 + \left(\frac{\partial R_0}{\partial \sigma_c} \bigg|_{\mu_{\sigma_c}} \sigma_{\sigma_c} \right)^2 + \left(\frac{\partial R_0}{\partial \mu_g} \bigg|_{\mu_{\mu_g}} \sigma_{\mu_g} \right)^2 \right] + \left[\frac{\mu_\lambda \mu_{\sigma_c}}{(1 - \kappa \mu_\lambda)} + \mu_{\mu_g} \sigma_g \right]^2 \sigma_{\theta_R}^2} \quad (33)$$

$$\delta_{R_k} = \sqrt{\delta_{\theta_R}^2 + \delta_{R_0}^2} \quad (34)$$

4 大数据挖掘模型及算法改进

大数据挖掘的主要目标是基于大量数据分析研究,以有效的信息手段和计算方法,获取未知且潜在的不确定信息样型和规则,提取数据内部深度的模糊随机特征及其价值,为行业决策和工程实践提供更加有效资料。

4.1 大数据 HMM 模型

隐马尔可夫模型(HMM)为一个双重的随机过程,它的状态不能直接观察得到,但能通过观察向量隐式推导获得^[19]。隐马尔可夫模型的主要构成要素如下:

(1)模型的状态。

设状态集合为 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$, 时刻 t 时所处的状态为 $q_t \in S$ 。状态间可以相互转移。

(2)状态转移矩阵。

描述状态之间如何进行转移的状态矩阵 $A = (a_{ij})_{N \times N}$, a_{ij} 为状态转移的概率。

(3)模型的观察值。

设观察值集合 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$, 当 t 时刻的状态转移完成的同时,模型都产生一个可观察输出 $y_t \in V$ 。

(4)输出的概率分布矩阵。

描述产生输出的概率分布函数矩阵 $B = (b_{ij})_{N \times M}$ 。其中, $b_{ij} = b_i(j) = b_i(v_j) = P(y_t = v_j | q_t = s_i)$ 表示 t 时刻状态为 s_i 时输出为 v_j 的概率。

(5)初始状态分布。

设 $\pi = \{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N\}$ 为模型的初始状态分布。其中, $\pi_i = P(q_1 = s_i)$ 。因此,完整的隐马尔可夫模型可以用 $\lambda = \{A, B, \pi\}$ 来表示所有的参数。

4.2 HMM 模型算法优化

基于大数据 HMM 模型,采用最大期望算法(EM)改进传统的挖掘方法,整个 EM 算法步骤如下:

(1)E 步骤:根据参数初始值或者上次迭代的模型参数 $\theta^{(n)}$ 来计算极大似然估计值:

$$Q_i(z^{(i)}) := p(z^{(i)} | x^{(i)}; \theta) \quad (35)$$

(2)M 步骤:固定 $Q(z)$, 当数据的似然性最大

经过模糊随机分析,钢筋混凝土井壁极限承载力实际值 R_k 的均值、标准差和变异系数分别为

$$\mu_{R_k} = \mu_{\theta_R} \left[\frac{\mu_\lambda \mu_{\sigma_c}}{(1 - \kappa \mu_\lambda)} + \mu_{\mu_g} \sigma_g \right] \quad (32)$$

时,计算参数期望估计:

$$\theta := \arg \max_{\theta} \sum_i \sum_{z^{(i)}} Q(i) (z^{(i)}) \ln \frac{p(x^{(i)}, z^{(i)}; \theta)}{Q_i(z^{(i)})} \quad (36)$$

(3)重复上述 EM 步骤,直到 $\|\theta(i+1) - \theta(i)\|$ 值足够小,停止迭代。

5 大数据挖掘井壁极限承载力的模糊随机模型

基于改进的大大数据挖掘 HMM 算法,综合大数据环境下的材料性能、几何参数和计算模式的模糊随机分布,可建立大数据挖掘井壁极限承载力模糊随机模型(式(37)),算法流程如图 3 所示。

$$\tilde{R}_k = \tilde{\theta}_R R_0 = \operatorname{argmax}_{\theta} \sum_i \sum_{\tilde{\theta}_R} \ln R [(\tilde{\theta}_{K_i}, f_{\theta_{K_i}}) (\tilde{\theta}_{G_i}, f_{\theta_{G_i}})] \quad (37)$$

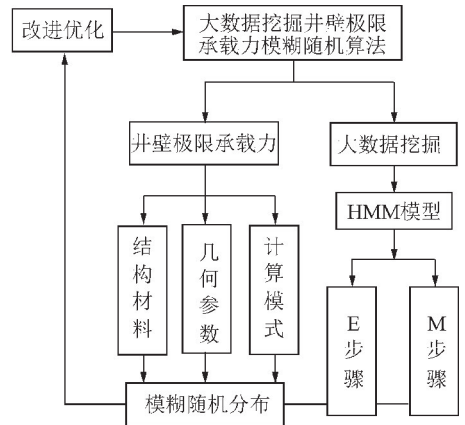


图 3 大数据挖掘极限承载力模糊随机算法优化
Fig. 3 Fuzzy random optimization algorithm of ultimate bearing capacity with big data algorithm

利用三角型模糊隶属函数进行 α 截集,可得井壁极限承载力均值和标准差的模糊随机函数^[20]:

$$\tilde{\mu}_{R_k} = \tilde{\mu}_{\theta_R} \tilde{\mu}_{R_0} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\mu_{\alpha_{R_k}}^-, \mu_{\alpha_{R_k}}^+] = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\mu_{\alpha_{\theta_R}}^-, \mu_{\alpha_{\theta_R}}^+; \mu_{\alpha_{R_0}}^-, \mu_{\alpha_{R_0}}^+] \quad (38)$$

式中, $\mu_{\alpha_{R_k}}^-, \mu_{\alpha_{R_k}}^+$ 分别为极限承载力均值模糊随机函数

的下边界和上边界; $\mu_{\alpha_{\theta_R}}^-, \mu_{\alpha_{\theta_R}}^+$ 分别为计算模式不定性模糊随机函数的下边界和上边界; $\mu_{\alpha_{R_0}}^-, \mu_{\alpha_{R_0}}^+$ 分别为经验公式计算值模糊随机函数的下边界和上边界。

根据井壁极限承载力模糊随机分布的特点,采用三角型模糊隶属函数建立模糊随机模型^[20-21],如图4所示。图中, $\mu(x)$ 表示模糊隶属函数, α 为约束水平,截集区间 $[c + (\alpha - 1)d, c + (1 - \alpha)d]$ 随 α 值的增大而缩小,当 $\alpha = 1$ 时就缩小为原点。

$$\tilde{\sigma}_{R_k} = \tilde{\delta}_{R_k} \tilde{\mu}_{R_k} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\sigma_{\alpha_{R_k}}^-, \sigma_{\alpha_{R_k}}^+] = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\delta_{\alpha_{R_k}}^- \mu_{\alpha_{R_k}}^-, \delta_{\alpha_{R_k}}^+ \mu_{\alpha_{R_k}}^+] \quad (39)$$

式中, $\sigma_{\alpha_{R_k}}^-, \sigma_{\alpha_{R_k}}^+$ 分别为极限承载力标准差模糊随机函数的下边界和上边界; $\delta_{\alpha_{R_k}}^-, \delta_{\alpha_{R_k}}^+$ 分别为极限承载力变异系数模糊随机函数的下边界和上边界; $\sigma_{\alpha_{R_k}}^- = \delta_{\alpha_{R_k}}^- \mu_{\alpha_{R_k}}^-$; $\sigma_{\alpha_{R_k}}^+ = \delta_{\alpha_{R_k}}^+ \mu_{\alpha_{R_k}}^+$; $\delta_{\alpha_{R_k}}^- = \sqrt{\delta_{\alpha_{\theta_R}}^{-2} + \delta_{\alpha_{R_0}}^{-2}}$; $\delta_{\alpha_{R_k}}^+ = \sqrt{\delta_{\alpha_{\theta_R}}^{+2} + \delta_{\alpha_{R_0}}^{+2}}$ 。

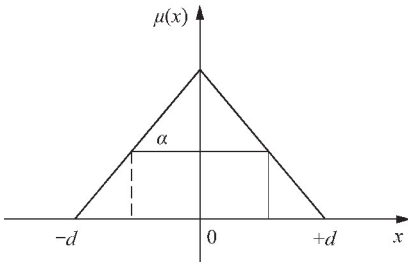


图4 三角型模糊隶属函数

Fig. 4 Triangular fuzzy membership function

令三角型模糊隶属函数中 c 取均值或标准差, d 取相应值的 0.1 倍^[22-23],模糊截集区间表示为

$$[\mu + (\alpha - 1)0.1\mu, \mu + (1 - \alpha)0.1\mu] \text{ 或 } [\sigma + (\alpha - 1)0.1\sigma, \sigma + (1 - \alpha)0.1\sigma]$$

结合 $\tilde{\theta}_R$ 的模糊随机分布,得到井壁极限承载力计算模式不定性均值和标准差的模糊随机函数:

$$\tilde{\mu}_{\theta_R} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\mu_{\theta_R}^-, \mu_{\theta_R}^+] = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [0.8503 + (\alpha - 1)0.08, 0.8503 + (1 - \alpha)0.08] \quad (40)$$

$$\tilde{\sigma}_{\theta_R} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\sigma_{\theta_R}^-, \sigma_{\theta_R}^+] = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [0.2167 + (\alpha - 1)0.02, 0.2167 + (1 - \alpha)0.02] \quad (41)$$

同理,结合 $\tilde{\theta}_k$ 的模糊随机分布,得到高强混凝土轴心抗压强度均值和标准差的模糊随机函数:

$$\sigma_{\alpha_{R_0}}^- = \inf \sigma_{\alpha_{R_0}} = \inf \left\{ x \in R \mid \operatorname{argmax}_i \sum_{R_0} \sqrt{\left(\frac{\partial R_0}{\partial \lambda} \Big|_{\mu_\lambda} \sigma_\lambda \right)^2 + \left(\frac{\partial R_0}{\partial \sigma_c} \Big|_{\mu_{\sigma_c}} \sigma_{\sigma_c} \right)^2 + \left(\frac{\partial R_0}{\partial \mu_g} \Big|_{\mu_{\mu_g}} \sigma_{\mu_g} \right)^2} (x) \geq \alpha \right\} \quad (51)$$

$$\tilde{\mu}_{\theta_k} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\mu_{\theta_k}^-, \mu_{\theta_k}^+] = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\mu_k + (\alpha - 1)0.1\mu_k, \mu_k + (1 - \alpha)0.1\mu_k] \quad (42)$$

$$\tilde{\sigma}_{\theta_k} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\sigma_{\theta_k}^-, \sigma_{\theta_k}^+] = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\sigma_k + (\alpha - 1)0.1\sigma_k, \sigma_k + (1 - \alpha)0.1\sigma_k] \quad (43)$$

结合 $\tilde{\theta}_M$ 的模糊随机分布,得到井筒厚径比不定性均值和标准差的模糊随机函数:

$$\tilde{\mu}_{\theta_M} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\mu_{\theta_M}^-, \mu_{\theta_M}^+] = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [1.0334 + (\alpha - 1)0.1, 1.0334 + (1 - \alpha)0.1] \quad (44)$$

$$\tilde{\sigma}_{\theta_M} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\sigma_{\theta_M}^-, \sigma_{\theta_M}^+] = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [0.2540 + (\alpha - 1)0.02, 0.2540 + (1 - \alpha)0.02] \quad (45)$$

结合 $\tilde{\theta}_N$ 的模糊随机分布,得到井筒配筋率不定性均值和标准差的模糊随机函数:

$$\tilde{\mu}_{\theta_N} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\mu_{\theta_N}^-, \mu_{\theta_N}^+] = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [1.0407 + (\alpha - 1)0.1, 1.0407 + (1 - \alpha)0.1] \quad (46)$$

$$\tilde{\sigma}_{\theta_N} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [\sigma_{\theta_N}^-, \sigma_{\theta_N}^+] = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} \alpha [0.0747 + (\alpha - 1)0.01, 0.0747 + (1 - \alpha)0.01] \quad (47)$$

根据改进后的大数据挖掘算法,通过式(42)~(47)的模糊区间运算,极限承载力经验公式计算值均值的最小值和最大值可表示为

$$\mu_{\alpha_{R_0}}^- = \inf \mu_{\alpha_{R_0}} = \inf \left\{ x \in R \mid \left[\operatorname{argmax}_i \sum_{R_0} \sum \left[\frac{\mu_\lambda \mu_{\sigma_c}}{(1 - \kappa \mu_\lambda)} + \mu_{\mu_g} \sigma_g \right] \right] (x) \geq \alpha \right\} \quad (48)$$

$$\mu_{\alpha_{R_0}}^+ = \sup \mu_{\alpha_{R_0}} = \sup \left\{ x \in R \mid \left[\operatorname{argmax}_i \sum_{R_0} \sum \left[\frac{\mu_\lambda \mu_{\sigma_c}}{(1 - \kappa \mu_\lambda)} + \mu_{\mu_g} \sigma_g \right] \right] (x) \geq \alpha \right\} \quad (49)$$

式中, $\inf(\cdot)$ 和 $\sup(\cdot)$ 分别为 α 水平下截集区间的最小值和最大值,将极限承载力经验公式计算值的标准差展开为泰勒级数,有

$$\tilde{\sigma}_{\alpha_{R_0}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial R_0}{\partial X_i} \Big|_{\tilde{\mu}} \right]^2 \tilde{\sigma}_{x_i}^2} = \bigcup_{\alpha \in (0,1]} [\sigma_{\alpha_{R_0}}^-, \sigma_{\alpha_{R_0}}^+] \quad (50)$$

同理,利用改进后的 HMM 算法,极限承载力经验公式计算值标准差的最小值和最大值可表示为

$$\sigma_{\alpha R_0}^+ = \sup \sigma_{\alpha R_0} = \sup \left\{ x \in R \mid \operatorname{argmax} \sum_i \sum_{R_0} \sqrt{\left(\frac{\partial R_0}{\partial \lambda} \bigg|_{\mu_\lambda} \sigma_{\sigma_\lambda} \right)^2 + \left(\frac{\partial R_0}{\partial \sigma_c} \bigg|_{\mu_{\sigma_c}} \sigma_{\sigma_c} \right)^2 + \left(\frac{\partial R_0}{\partial \mu_g} \bigg|_{\mu_{\mu_g}} \sigma_{\mu_g} \right)^2} (x) \geq \alpha \right\} \quad (52)$$

至此,将相应各式代入(37),即为大数据挖掘钢筋混凝土井壁极限承载力的模糊随机模型。

6 工程算例

两淮矿区某深厚冲积层冻结主副井筒均采用高强钢筋混凝土井壁结构,井筒穿越冲积层厚度分别为457.78和525.25 m。依据井壁结构特点和相似性理论,确定井壁模型的参数,试件外直径为925 mm,高为562.5 mm,通过模型试验得出井壁极限承载力的

试验值,与文中大数据挖掘模糊随机模型分析值进行对比(α 水平取0.75),结果见表6。

从结果分析,大数据挖掘模糊随机模型综合各种工程模糊随机因素,加上大量工程试验数据的挖掘为基础,因此得到的井壁极限承载力为一个广义区间值,虽然总体与试验值误差不大,但表征形式更加可靠合理,更具有工程实用价值。另外,由于考虑到工况的模糊随机性,使得模型分析值整体比试验值要小,如图5所示,其结果更加符合工程实际。

表6 大数据挖掘极限承载力的模糊随机值与试验值对比

Table 6 Comparison between big data fuzzy random and experimental results of shaft lining ultimate bearing capacity

编号	内半径/ mm	外半径/ mm	混凝土轴心抗 压强度/MPa	配筋率/%	井壁极限承载力/MPa		
					试验值	模糊随机值 R_k^-	模糊随机值 R_k^+
T-1	362.7	462.5	45.2	0.60	21.0	18.58	20.16
T-2	362.7	462.5	48.1	0.90	23.0	19.96	22.38
T-3	362.7	462.5	51.9	1.20	25.5	22.13	24.57
T-4	380.5	462.5	43.8	0.90	17.0	14.76	16.21
T-5	380.5	462.5	48.4	1.20	19.5	16.21	18.76
T-6	380.5	462.5	51.5	0.60	21.0	18.08	20.19
T-7	385.0	462.5	45.5	1.38	16.8	14.65	16.35
T-8	385.0	462.5	49.7	1.38	19.0	16.14	18.20
T-9	385.0	462.5	53.1	1.38	21.0	18.38	20.64

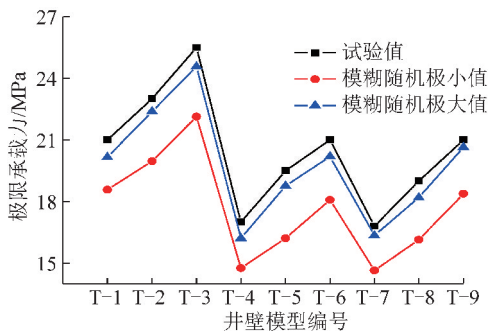


图5 极限承载力值对比

Fig. 5 Comparison of ultimate bearing capacity value

在配置 RedHat 9.0 系统的 LINUX 主机上,通过 Matlab 2016 A 软件进行算法效率数值模拟。以上述井壁模型极限承载力试验数据为基础,分别使用传统 HMM 模型和 EM 优化后的模型进行计算模拟,算法效率对比曲线如图6所示。

由图16可知,随着问题规模的增加,EM 优化后的算法相比传统的 HMM 算法误差越来越小、运算效率也越来越高,收敛速度也越来越快。

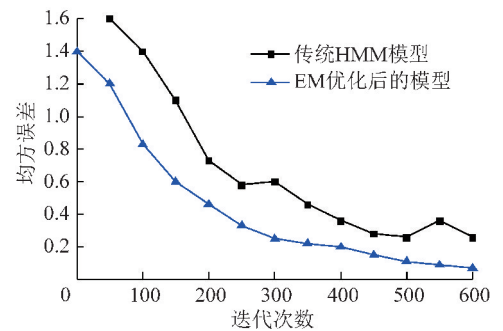


图6 算法效率对比

Fig. 6 Contrast of algorithm efficiency

7 结 论

(1)通过大量钢筋混凝土井壁模型极限承载力试验可知,影响井壁承载力的主要因素为混凝土抗压强度、厚径比和配筋率。其中,混凝土抗压强度对井壁承载力影响最为明显,配筋率影响最弱。

(2)综合考虑井壁结构材料的不确定性、几何参数的不确定性和计算模式的不确定性,以大量井壁试

验和两淮矿区的井筒工程参数作为样本数据集,分析混凝土抗压强度、厚径比和配筋率等主要参数的不确定分布情况,得到相应的模糊随机分布规律。

(3)采用最大期望算法优化原大数据 HMM 挖掘模型,分别经过 E 步骤计算极大似然估计值和 M 步骤计算参数期望估计,改进后模型经过两次模糊随机过程,相比原算法更能满足工程的不确定特性。

(4)基于改进的大数据挖掘 HMM 算法,综合大数据环境下的材料性能、几何参数和计算模式的模糊随机分布,建立大数据挖掘井壁极限承载力模糊随机模型,实例证明该模型更加可靠合理,更具有工程实用价值,可为今后深厚冲积层中钢筋混凝土井筒设计提供参考依据。

参考文献(References):

- [1] SAMIR A A, KHALID M, FAISAL F W. Influence of steel fibers and compression reinforcement on deformation of high-strength concrete beams [J]. American Concrete Institute Structural Journal, 1997, 94(6): 611-624.
- [2] 牛学超, 杨仁树, 经来旺. 高强混凝土在立井井壁中的应用及展望[J]. 中国矿业, 2004, 13(11): 51-55.
NIU Xuechao, YANG Renshu, JING Laiwang. Application and expectation of high strength concrete in shaft lining [J]. China Mining Magazine, 2004, 13(11): 51-55.
- [3] 张荣立, 何国纬, 李铎. 采矿工程设计手册[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2002.
- [4] 洪伯潜, 臧桂茂, 谭杰. 龙固矿近 600 m 深钻井井壁设计与安装[J]. 中国煤炭, 2004, 30(6): 9-11.
HONG Baiqian, ZANG Guimao, TAN Jie. Design and installation of sidewall of 600 m deep wall in Longgu mine [J]. China Coal, 2004, 30(6): 9-11.
- [5] 徐栓强, 俞茂. 厚壁圆筒安定问题的统一解析解[J]. 机械工程学, 2004, 40(9): 23-27.
XU Shuanqiang, YU Mao. Unified analytical solutions on stability problems of thick lining cylinder [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(9): 23-27.
- [6] 姚直书, 程桦, 荣传新. 西部地区深基岩冻结井筒井壁结构设计及优化[J]. 煤炭学报, 2010, 35(5): 760-764.
YAO Zhishu, CHENG Hua, RONG Chuanxin. Shaft lining structural design and optimization of deep freezing bedrock shaft in west area [J]. Journal of China Coal Society, 2010, 35(5): 760-764.
- [7] 陈静, 江权, 冯夏庭, 等. 基于位移增量的高地应力下洞室群围岩蠕变参数的智能反分析[J]. 煤炭学报, 2019, 44(5): 1446-1455.
CHEN Jing, JIANG Quan, FENG Xiating, et al. Intelligent back analysis of rock mass creep parameters for large under-ground caverns under high in-situ stress based on incremental displacement [J]. Journal of China Coal Society, 2019, 44(5): 1446-1455.
- [8] 姚直书, 程桦, 荣传新. 深冻结井筒内层钢板高强钢筋混凝土复合井壁试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(1): 153-160.
YAO Zhishu, CHENG Hua, RONG Chuanxin. Experimental study on composite shaft lining of inner steel plate cylinder and high strength reinforced concrete in deep frozen shaft [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(1): 153-160.
- [9] 徐鹏飞, 李耀良, 徐伟. 压入式沉井施工对环境影响的现场监测研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(4): 1084-1094.
XU Pengfei, LI Yaoliang, XU Wei. Field measurement and analysis of influence of jacked open caisson construction on environments [J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(4): 1084-1094.
- [10] 姚直书. 巨厚冲积层钢筋钢纤维高强混凝土井壁试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(7): 1253-1258.
YAO Zhishu. Experimental study on steel fiber reinforced high strength concrete shaft lining in huge deep alluvium [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(7): 1253-1258.
- [11] 荣传新, 王秀喜, 程桦, 等. 深厚冲积层高强钢筋混凝土井壁力学特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(S): 2841-2847.
RONG Chuanxin, WANG Xiuxi, CHENG Hua, et al. Research on mechanical characteristics of high-strength concrete shaft lining in deep alluvium [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(S): 2841-2847.
- [12] 孙林柱, 郭义奎. 双层钢筋混凝土冻结井壁结构抗力的统计分析[J]. 煤矿设计, 1995(12): 15-21.
SUN Linzhu, GUO Yikui. Statistical analysis on structure resistance of double layer reinforced concrete freezing shaft lining [J]. Coal Mine Design, 1995(12): 15-21.
- [13] 任彦龙, 杨维好, 韩涛. 基于不同强度准则的井壁极限承载力研究[J]. 中国矿业大学学报, 2011, 40(4): 540-543.
REN Yanlong, YANG Weihao, HAN Tao. Study of the ultimate bearing capacity of a shaft lining based on different failure criteria [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2011, 40(4): 540-543.
- [14] 肖尊群, 刘宝琛, 乔世范, 等. 重力式挡土墙结构模糊随机可靠性分析[J]. 中南大学学报, 2010, 41(4): 1522-1527.
XIAO Zunqun, LIU Baochen, QIAO Shifan, et al. Analysis of fuzzy reliability for gravity retaining wall structure [J]. Journal of Central South University, 2010, 41(4): 1522-1527.
- [15] 吕玺琳, 钱建固, 吕龙, 等. 边坡模糊随机可靠性分析[J]. 岩土力学, 2008, 29(12): 3437-3442.
LÜ Xilin, QIAN Jiangu, LÜ Long, et al. Fuzzy stochastic reliability analysis of slopes [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(12): 3437-3442.
- [16] 韩涛, 杨维好, 任彦龙, 等. 钢管混凝土井壁水平极限承载特性的试验研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2011, 28(2): 181-186.
HAN Tao, YANG Weihao, REN Yanlong, et al. Horizontal ultimate bearing capacity of encased steel concrete shaft lining [J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2011, 28(2): 181-186.
- [17] KANG Hongpu. Support technologies for deep and complex roadways in underground coal mines: A review [J]. International Journal of Coal Science & Technology, 2014, 1(3): 261-277.
- [18] 谭晓慧, 王建国, 胡晓军, 等. 边坡稳定的模糊随机有限元可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(7): 991-996.

- TAN Xiaohui, WANG Jianguo, HU Xiaojun, et al. Fuzzy random finite element reliability analysis of slope stability[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(7): 991-996.
- [19] JU Yang, SUN Huafei, XING Mingxu, et al. Numerical analysis of the failure process of soil-rock mixtures through computed tomography and PFC3D models[J]. International Journal of Coal Science & Technology, 2018, 5(2): 126-141.
- [20] 陈华进. 结构模糊随机可靠性及可靠性灵敏度分析方法[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2011.
- [21] 陈磊, 吕震宙, 宋述芳. 模糊可靠性灵敏度分析的线抽样方法[J]. 工程力学, 2008, 25(7): 45-51.
- CHEN Lei, LÜ Zhenzhou, SONG Shufang. Line sample algorithm for fuzzy reliability sensitivity analysis[J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(7): 45-51.
- [22] MELCHERS RE, AHAMMED M. A fast approximate method for parameter sensitivity estimation in Monte-Carlo structural reliability[J]. Computers and Structures, 2004, 82(1): 55-61.
- [23] 张红军, 李海燕, 张太平, 等. 深部软岩巷道高预应力增阻大变形锚杆研究及工程应用[J]. 煤炭学报, 2019, 44(2): 409-418.
- ZHANG Hongjun, LI Haiyan, ZHANG Taiping, et al. Research and engineering application of high pre-stressed resistance enhancement large deformation bolt in deep soft rock roadway[J]. Journal of China Coal Society, 2019, 44(2): 409-418.