

文章编号: 0253 - 9993 (2005) 02 - 0206 - 04

指数平滑法改进灰色模型及其在形变数据分析中的应用

史玉峰^{1,2}, 宁津生¹

(1. 山东理工大学 建筑工程学院, 山东 淄博 255049; 2. 武汉大学 地球空间环境与大地测量教育部重点实验室, 湖北 武汉 430079)

摘 要: 基于指数平滑方法, 提出改造短形变观测值序列方法, 该方法既充分利用了观测序列中的有用信息, 又大大减少其随机性; 对灰色模型的背景值计算方法进行了改进, 将原始观测数据序列变换成规律性强的呈指数变化的序列。实例分析表明, 指数平滑改进的灰色预测模型有较高的预测精度。

关键词: 指数平滑; 灰色模型; 形变数据分析; 背景值; 预测

中图分类号: TU169.1 **文献标识码:** A

Improved grey model by exponential smoothing and its applications in deformation data analysis

SHI Yu-feng^{1,2}, NING Jin-sheng¹

(1. School of Architecture Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China; 2. Key Laboratory of Geospace Environment and Geodesy, Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

Abstract: Based on exponential smoothing method, reconstruct short deformation surveying data sequential was put forward. This method can not only make full use of the available information but also greatly diminish the randomness of deformation surveying data sequential. Then the calculating method of background value of grey model was improved, and the original surveying data sequential can be transformed to a regular exponential variety sequential. Experiments show that improved grey model by exponential smoothing has a more reliable forecasting ability.

Key words: exponential smoothing; grey model; deformation data analysis; background value; forecasting

形变监测是一项重要的测量工作, 形变监测数据的处理是一项不可忽视的任务, 形变数据分析与预报结果是进行决策的主要依据, 其质量直接影响整个形变监测工作的成效, 因此研究形变数据处理理论十分必要。随着科学技术的发展, 许多先进的仪器设备和技术方法在形变监测系统中不断应用, 但由于科学技术和人们认识的局限性难以判断形变监测系统所获信息的完备性, 我们已知的可能只是部分信息, 采用什么方法对有限的形变信息进行分析与建模是一个值得探究的问题。许多研究人员基于统计分析理论, 建立了统计数学模型, 即静态形变分析、动态形变分析、形变的力学机理分析等^[1]。当观测数据序列较长时, 各种统计模型均可获得满意的预报结果^[2]。但对于短观测数据序列, 由于获取的信息量少, 难以发现数据变化规律, 若仍用统计分析方法建模, 所作出的预测将不准确。对此问题, 一些研究人员基于灰色预测理论, 建立了动态灰色预测模型^[3~5], 但灰色模型的建立仍是一个需要研究的问题。由于影响形变的原因

收稿日期: 2004 - 07 - 20

基金项目: 山东省基础地理信息与数字化技术重点实验室开放基金资助项目 (SD2003 - 10)

作者简介: 史玉峰 (1965 -), 男, 山东栖霞人, 博士, 副教授。Tel: 0533 - 2780882, E-mail: shyf@sdu.edu.cn

是多种多样的, 形变数据序列具有随机和不确定性, 因此形变值并不是严格按照指数规律变化. 在形变观测时间序列观测中, 最靠近时间点的数据比远离的历史数据更能代表未来值, 而指数平滑便是以最简单且最具有逻辑性的方法来处理时间序列观测数据. 基于灰色模型理论和时间序列指数平滑思想, 本文把时间序列的一次指数平滑引入到灰色预测模型中, 首先用指数平滑方法改造原始数据序列, 这既可充分利用观测序列中的有用信息, 又可以大大减少其随机性; 然后再对灰色模型的背景值计算方法进行改进. 通过上述改造, 可以将原始观测数据序列变换成规律性强的呈指数变化的序列, 从而提高模型的预测精度.

1 GM (1, 1) 灰色建模方法

灰色理论是处理少数据、不确定性问题的理论^[6]. 累加生成操作 (accumulated generating operation, AGO) 是灰色系统理论中重要的数据处理方法, 通过累加生成, 任意非负数列、摆动数列都可以转化为非减的递增数列, 从而削弱原始数据的随机性, 突出其趋势性, 进而探求数据序列的内在规律. GM (1, 1) 是最常用的灰色预测模型, 其建模方法如下:

已知原始观测值序列 $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$, 应用式 (1) 对 $X^{(0)}$ 进行 1-AGO 生成, 得到新的生成序列 $X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\}$, 其中

$$x^{(1)}(t) = \sum_{i=1}^t x^{(0)}(i) \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (1)$$

根据新序列 $X^{(1)}$, 计算灰色模型的背景值 $z^{(1)}(t+1)$, $z^{(1)}(t+1)$ 的计算采用式 (2), 式中 $\theta (0 < \theta < 1)$ 是常数系数.

$$z^{(1)}(t) = \theta x^{(1)}(t) + (1 - \theta)x^{(1)}(t+1) \quad (t = 1, 2, \dots, n-1). \quad (2)$$

灰微分方程为

$$x^{(0)}(t) + az^{(1)}(t) = b \quad (3)$$

其白化微分方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (4)$$

令

$$A = (a, b)^T, B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \dots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

则由最小二乘原理, 式 (4) 中 a, b 的最小二乘解为

$$A = (B^T B)^{-1} B^T Y. \quad (6)$$

由式 (6) 解出 a, b 后, 可以得到 $X^{(1)}$ 的灰色预测模型为

$$\hat{X}^{(1)}(t+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] \exp(-at) + \frac{b}{a} \quad (t = 1, 2, \dots, n-1). \quad (7)$$

由式 (7) 可以还原得出 $X^{(0)}$ 的灰色预测模型为

$$\hat{X}^{(0)}(t) = \hat{X}^{(1)}(t) - \hat{X}^{(1)}(t-1) = (1 - e^a) \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-at} \quad (t = 1, 2, \dots, n-1). \quad (8)$$

则可以用灰色模型 (8) 对未来数据进行预报预测.

2 指数平滑改进灰色预测模型

2.1 指数平滑模型

设有观测值序列 $\{\varphi(t)\}$, $t \in [0, +\infty]$, 则指数平滑模型^[7,8]为

$$S(t) = k\varphi(t) + (1 - k)S(t - 1) \quad (0 \leq k \leq 1), \quad (9)$$

式中, $S(t)$ 为第 t 期的预测值; $\varphi(t)$ 为第 t 期的观测值; k 为平滑指数.

指数平滑中, 平滑参数 k 的取值决定了模型的含义. 当观测数据序列呈现不规则变动, 但波动不大, 长期趋势变动缓慢时, 一般取 $k = 0.05 \sim 0.45$, 此时指数平滑模型是“重老信息、轻新信息”的; 当观测序列波动较大, 长期趋势变动明显时, 一般取 $k = 0.55 \sim 0.90$, 此时平滑指数模型是“轻老信息、重新信息”的. 因此, 平滑指数的选择决定了模型的预测精度.

2.2 GM (1, 1) 背景值的改进模型

GM (1, 1) 背景值采用模型 (2) 进行计算. 在文献 [6] 中, $\theta = 0.5$; 其出发点是平均的考虑, 但从严格的数学意义上来讲, 并不成立. 因此, 本文提出如下背景值计算改进模型.

对 $X^{(1)}$ 序列作邻近值处理, 得到背景值序列 $Z^{(1)} = \{z^{(1)}(1), z^{(1)}(2), \dots, z^{(1)}(n)\}$, 其中 $z^{(1)}(t)$ 由式 (2) 算出; 第 1 次计算时, 取 $\theta = 0.5$

应用式 (6), 计算出灰微分动态方程参数 a, b ;

按照式 (10) 调整参数 θ 的值^[4], 即

$$\theta = \frac{1}{a} - \frac{1}{e^a - 1}. \quad (10)$$

将调整后的参数 θ 记为 $\theta(k+1)$, 比较 $\theta(k)$ 与 $\theta(k+1)$ 的值, 当它们的差值大于预先给定的阈值, 说明参数 $\theta(k+1)$ 还需要调整, 则用 $\theta(k+1)$ 代替 $\theta(k)$ 代入式 (2), 重新计算背景值序列 $Z^{(1)}(t)$, 再次计算 GM (1, 1) 模型参数 a, b ; 否则, 迭代结束, 输出 GM (1, 1) 参数 a, b

2.3 指数平滑 GM (1, 1) 建模方法

综合上述方法, 可以对形变观测值序列按照下列步骤建立其指数平滑灰色预测模型 GM (1, 1).

设给定的原始观测值序列 $X^{(0)} = \{x^{(0)}(i) \mid i = 1, 2, \dots, N\}$, 按照式 (9) 进行一次指数平滑运算, 得到平滑后新的序列

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(N)\}.$$

按照式 (1) 对新序列 $X^{(0)}$ 作一次累加生成运算, 得到新序列 $X^{(1)}$.

按照 2.2 中所述方法计算背景值.

$X^{(1)}$ 序列的灰色预测模型为

$$\hat{X}^{(1)}(t+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] \exp(-at) + \frac{b}{a} \quad (t = 0, 1, 2, \dots, n-1).$$

原始观测值序列 $X^{(0)}$ 的还原灰色预测模型为

$$\hat{X}^{(0)}(t) = \hat{X}^{(1)}(t) - \hat{X}^{(0)}(t-1) = (1 - e^a) \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-at} \quad (t = 1, 2, \dots, n).$$

表 1 各等级的 C, P 值

Table 1 Values of C and P in various degrees

预测精度等级	$P/\%$	C
一 (好)	> 95	< 0.35
二 (合格)	> 80	< 0.50
三 (勉强)	> 70	< 0.65
四 (不合格)	≤ 70	≥ 0.65

由式 (8) 所得灰色预测模型的精度可按文献 [6] 给出的后验差检验法或预报值与实际观测值差值的百分比法评定. 使用后验差比值 C 和小误差概率 P 将预测划分为 4 个等级^[6]. 表 1 给出了精度等级与小误差概率、后验差比值的对应关系. 灰色预测模型的预测精度也可以用数理统计中的 t 检验法评定.

3 实例分析

为比较灰色模型和指数平滑改进灰色模型在形变数据预测中的精度, 本文选择了某大坝上的形变监测点 A 和某边坡上的监测点 B 的形变监测数据进行分析. 监测点 A 与 B 的观测周期都为每周 1 次, 现有 8 周观测数据. 取前 6 周的观测数据进行建模, 用后 2 周的观测数据验证模型的可靠性. 分别采用建立灰色

模型 GM (1, 1) 和指数平滑改进灰色模型 I- GM (1, 1); 由于监测点 A 的变形数据波动不很显著, 建立 I- GM (1, 1) 模型时, 取平滑指数 $k = 0.45$; 对于监测点 B, 由于其变形数据波动较大, 建立 I- GM (1, 1) 模型时, 取平滑指数 $k = 0.45$. 模型 GM (1, 1) 和 I- GM (1, 1) 的预测数据和精度等级见表 2. 从表 2 中可以看出, 对监测点 A, 两种模型的预报精度都很高; 对监测点 B, I- GM (1, 1) 的预测精度要高于 GM (1, 1), 因此 I- GM (1, 1) 较 GM (1, 1) 更为可靠.

表 2 GM (1, 1)、I- GM (1, 1) 预测值比较

Table 2 Comparison of forecasting values in GM (1, 1) and I- GM (1, 1)

观测 序号	观测值 A /mm	GM (1, 1)	P /%	I- GM (1, 1)	P /%	观测值 B /mm	GM (1, 1)	P /%	I- GM (1, 1)	P/%
7	16.1	16.14		16.13		36.9	39.12		37.13	
8	17.2	17.23	99.79	17.23	99.82	47.5	50.02	94.34	47.56	99.63

4 结 语

形变是一个十分复杂的非线性系统, 形变量的监测仍然是最主要的预报手段. 实例分析验证, 本文提出的指数平滑法改进灰色模型 I- GM (1, 1), 在观测值序列波动比较大的情况下, 仍可以对未来的形变量作出较准确的预测. 该方法原理简单, 运算方便, 预报结果可信度较高. 本文的实例分析中, 平滑指数是根据数据分布趋势和经验选取的; 也可以采用逐步搜寻法等方法来选取最佳平滑指数.

参考文献:

- [1] 陈永奇. 变形观测数据处理 [M]. 北京: 测绘出版社, 1988.
- [2] 史玉峰, 孙保琪. 时间序列分析及其在变形数据分析处理中的应用 [J]. 金属矿山, 2004 (8): 13 ~ 16.
- [3] 周世健. 加权灰色预测模型及其计算实现 [J]. 武汉大学学报 (信息科学版), 2002, 27 (5): 451 ~ 455.
- [4] 史玉峰, 靳奉祥. 参数修正法改进灰色预测模型及其在岩土工程形变信息分析中的应用 [J]. 有色金属 (矿山部分), 2002, 56 (3): 26 ~ 27.
- [5] 潘国荣, 王穗辉. 建筑物动态变形的模型辨识与预测 [J]. 测绘学报, 1999, 28 (3): 340 ~ 344.
- [6] 邓聚龙. 灰色理论基础 [M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 2002.
- [7] Bonsdorff H. A comparison of the ordinary and a varying parameter exponential smoothing [J]. Journal of Applied Probability, 1989, 27: 784 ~ 792.
- [8] Vapnik V N. Statistical learning theory [M]. New York: Wiley, 1998.