

深部砂岩分级增量加卸载蠕变特性

张俊文^{1,2,3}, 霍英昊²

(1. 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 北京 100083; 2. 中国矿业大学(北京) 能源与矿业学院, 北京 100083; 3. 中国矿业大学(北京) 煤炭安全开采与地质保障国家级实验教学示范中心, 北京 100083)

摘要:为研究砂岩在深部高应力环境下的蠕变变形特征和黏弹塑性变形规律,对砂岩试件还原初始应力后采用分级增量加卸载的方式,进行三轴压缩蠕变试验。根据试验结果将应变分解为瞬弹性应变、瞬塑性应变、黏弹性应变和黏塑性应变,采用稳态蠕变速率法测算了深部砂岩的长期强度,并验证了基于分数阶模型改进的深部砂岩蠕变模型的适用性,对比分析了西原模型与改进后的深部砂岩蠕变模型对试验数据的拟合效果。结果表明:砂岩蠕变过程中,瞬时弹性应变阶段变形量最大,占总变形量的70%~80%;随着加载等级的增加,深部岩石试件瞬弹性应变和瞬塑性应变都逐渐增加,但瞬塑性应变增量先减小后增大,说明在加载过程中试件内部有瑕疵的微元体被破坏;随着应力增加,不可恢复的黏性流动增强,黏塑性应变增长较快,塑性变形堆积,到高应力水平蠕变变形表现为黏弹性变形和黏塑性变形共存的状态;通过对稳态蠕变进行分析,得到砂岩试件稳态蠕变速率不为零的应力阈值,以此为测算深部砂岩长期强度的依据,测算得到深部砂岩的长期强度为66 MPa,约为常规强度的77%。通过最小二乘法对数据进行深部砂岩蠕变模型和西原模型的拟合与参数辨识,得出改进后分数阶模型可以更好地描述深部砂岩的等速蠕变和加速蠕变。

关键词:分级加卸载;深部岩石;黏弹塑性;长期强度;蠕变模型

中图分类号:TD315 **文献标志码:**A **文章编号:**0253-9993(2021)S2-0661-09

Creep behavior of deep sandstones under stepwise incremental loading and unloading conditions

ZHANG Junwen^{1,2,3}, HUO Yinghao²

(1. State Key Laboratory for GeoMechanics and Deep Underground Engineering, Beijing 100083, China; 2. School of Energy and Mining Engineering, China University of Mining and Technology-Beijing, Beijing 100083, China; 3. National Demonstration Center for Experimental Safe Coal Mining and Geological Guarantee Education, China University of Mining and Technology-Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: To study the creep deformation characteristics and visco-elastic-plastic deformation law of sandstone under deep high stress environment, the triaxial compression creep tests were conducted on sandstone specimens after the initial stress was restored by step increment loading and unloading method. According to the test results, the strain was decomposed into instantaneous elastic strain, instantaneous plastic strain, sticky glue elastic strain and plastic strain for further analysis. The steady-state creep rate method was used to estimate the long-term strength of deep sandstone, and verify the model based on fractional order to improve the applicability of the deep sandstone creep model. Contrast was conducted to analyze the fitting effect of the Nishihara model and the improved deep sandstone creep model on the test

收稿日期:2021-01-08 修回日期:2021-02-23 责任编辑:郭晓炜 DOI:10.13225/j.cnki.jccs.YT21.0039

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52034009, 51974319);国家重点研发计划资助项目(2018YFC0604703)

作者简介:张俊文(1977—),男,内蒙古凉城人,教授,博士生导师,博士。E-mail: zhangjw@cumtb.edu.cn

引用格式:张俊文,霍英昊. 深部砂岩分级增量加卸载蠕变特性[J]. 煤炭学报,2021,46(S2):661-669.

ZHANG Junwen, HUO Yinghao. Creep behavior of deep sandstones under stepwise incremental loading and unloading conditions[J]. Journal of China Coal Society, 2021, 46(S2): 661-669.



移动阅读

data. The results show that in the creep process of sandstone, in the instantaneous elastic strain stage the deformation is maximal, which accounts for 70% to 80% of the total deformation. With the loading level increasing, the transient elastic strain and the transient plastic strain of the deep rock specimen increase gradually. However, the increment of the transient plastic strain decreases first and then increases, indicating that the defective microelements in the specimen are destroyed during loading. With the stress increasing, the unrecoverable viscous flow becomes stronger. Moreover, the viscoplastic strain increases rapidly and the plastic deformation accumulates. When reaching the high stress level, the creep deformation shows the coexistence of viscoelastic deformation and viscoplastic deformation. By analyzing the steady-state creep, the stress threshold when the steady-state creep rate is not zero was obtained. It was regarded as the basis to calculate the long-term strength of deep sandstones. It was estimated that the long-term strength of deep sandstone is 66 MPa, around 77% of conventional strength. The least square method was used to fit the creep model and the Nishihara model of deep sandstones and identify the parameters. It is concluded that the improved fractional model can better describe the constant velocity creep and accelerated creep of deep sandstones.

Key words: multi-step incremental cycling loading and unloading; deep rock; visco-elastic-plastic; long-term strength; creep constitutive model

岩石蠕变是岩石力学理论中最重要的内容之一^[1],大量工程实践表明,岩石的蠕变特性与岩体工程的围岩稳定性及其长期强度有着密切的联系。尤其是随着浅部矿产资源逐渐枯竭,资源开发不断进入地球深部,在 1 000~2 000 m 的深部,岩石可能会表现出大变形、强流变等特征^[2],深部岩体蠕变特性研究亟待开展。目前对深部砂岩的黏弹塑性蠕变变形特征的研究相对较少,特别是原岩应力状态下的深部岩石蠕变变形规律研究。张忠亭等^[3]通过对岩石分级加卸载试验研究了岩石蠕变特性,并且得出了相应的蠕变参数;王来贵等^[4]建立了单轴和三轴状态下岩石的非线性蠕变损伤模型,分析了岩石的蠕变损伤过程中模型参数变化和每个过程阶段的稳定性;王芝银等^[5]采用解析方法和蠕变试验分析相结合,研究了不同应力状态下岩石黏弹塑性变形全过程的表述方式、本构方程、蠕变方程、蠕变破坏时间、蠕变变形与破坏属性,建立了岩石三维黏弹塑性蠕变基本方程的统一格式;赵延林等^[6]采用分级增量循环加卸载方式对软弱节理矿岩进行蠕变试验,对应变进行黏弹塑性分类分析,研究了软弱节理矿岩的黏弹塑性变形特征;袁海平等^[7]对软弱的复杂矿岩进行循环加卸载蠕变试验,通过对试件的瞬弹应变、黏弹应变、瞬塑应变和黏塑应变分析,得出软弱复杂矿岩蠕变黏弹塑性变形的基本规律。刘新喜等^[8]通过对高应力岩石进行黏弹塑性蠕变分离,得到黏塑性稳态蠕变速率和应力之间的函数关系并通过稳态蠕变速率阈值应力确定砂岩的长期强度。

建立非线性蠕变模型是很好描述蠕变特征的手段,徐卫亚等^[9]将非线性黏塑性体与五元件线性黏弹性模型串联建立了可反应岩石加速蠕变特征的河

海模型;刘东燕等^[10]在 Burgers 蠕变模型中加入了一个非线性黏塑性体来描述岩石的稳态蠕变和加速蠕变过程。近年来由于分数阶导数中积分项在建模中的优越性^[11],分数阶模型成为研究热门,其中周宏伟等^[12]提出了一种新的变黏性系数的 Abel 黏壶元件用以代替西原模型中 Newton 黏壶,构建了盐岩的分数阶流变本构模型;吴斐等^[13]对盐岩进行 5 个多月的蠕变试验,通过等时曲线法确定岩石的长期强度并改进建立新的分数阶黏弹塑性蠕变模型;许多等^[14]在周宏伟教授研究的基础上以 Abel 黏壶代替分数阶模型中的黏弹性元件,用以描述大理石蠕变特征的初始蠕变和稳态蠕变阶段;WU 等^[15]在盐岩的加载蠕变试验基础上推导了蠕变非线性分数阶本构方程,并进一步解释了加速蠕变阶段出现的非线性加速特性的机理,并验证分数阶模型的有效性。

众所周知,应力环境决定着岩体的力学特性,深部岩体长期处于较高的应力环境,岩体的工程开挖和变荷载应力改变了岩体的力学环境,加之荷载时间因素的影响,使得岩体的力学特性更为复杂,因此对于开展深部岩体原岩应力条件下的蠕变力学特性研究显得尤为重要。鉴于此,笔者采用还原初始应力条件下的分级增量加卸载试验开展相关研究,从岩石黏弹塑性变形角度对深部岩石蠕变特征进行分析,确定分数阶黏弹塑性蠕变模型描述深部砂岩蠕变变形特征的适用性。

1 试验及结果

1.1 制 样

试验试样取自于山东省新巨龙煤矿煤系地层,根据我国《工程岩体试验方法标准》(GB/T50266—2013)将地层岩石切割、打磨,加工成 $\phi 50 \text{ mm} \times$

100 mm 的标准圆柱体试样,并保证所加工的试样两端面的平行度、平整度以及光滑程度均满足试验要求。试样为粉砂岩,呈灰色,表面光滑,没有明显裂缝。单轴压缩试验测得其单轴抗压强度为 67 MPa,弹性模量为 16 MPa,泊松比为 0.2。

1.2 试验设备

三轴蠕变试验是在 RLJW-200 型微机控制伺服三轴、剪切试验机上进行,如图 1(a)所示,其变形测量装置如图 1(b)所示。该试验装置加载速度为 0.05~10 mm/min,最大轴向力 2 000 kN,轴向位移 100 mm,最大围压 80 MPa,完全满足试验要求。



(a) 蠕变试验设备

(b) 变形测量装置

图 1 试验装置

Fig.1 Test device

1.3 试验方法

为了模拟出岩石试样在深部最真实的赋存环境,力求还原出深部岩体准确的应力水平,对取样地进行原岩应力测量。分别在深度 1 010.7, 998.8 和 1 006.9 m 布置测点进行地应力测量,将现场实测的数据进行整理,采用 KX2011 型空芯包体应力计算程序对测点地应力进行计算。根据所测地应力值对 1 000 m 深度岩石的应力水平进行模拟,并设计试验。

试验采取分级增量循环加卸载方式对岩石试样进行三轴蠕变试验。以围压为 5 MPa 蠕变试验为例,试验分为 3 个阶段。第 1 阶段(I):还原初始应力状态,模拟出 1 000 m 深度状态下岩石试件的应力状态,以测得的地应力 $\sigma_1 = 36$ MPa, $\sigma_2 = 29$ MPa 进行加载;第 2 阶段(II):卸围压,为了在有限的时间内获得较明显的蠕变效果,对试件进行卸围压试验,此阶段轴压不变,围压减小到 5 MPa,偏应力增加;第 3 阶段(III):对试件进行分级增量循环加卸载,围压保持 5 MPa 不变,轴压从 36 MPa 升高至 46 MPa,荷载 12 h,再卸轴压至 36 MPa,荷载 12 h,此为第 1 级加载,第 2 级轴压从 36 MPa 升高至 56 MPa,以此类推。设计轴向加载从低应力水平向高应力水平共 6 级进行加载,分别是 36, 46, 56, 66, 76, 86 MPa,加载速度为 100 N/s。平均每级应力水平试验时间为 12 h,当

观测到试件蠕变完全时,再进行下一级荷载的加卸载循环,直至试件最终破坏,试验路径及阶段如图 2 所示。

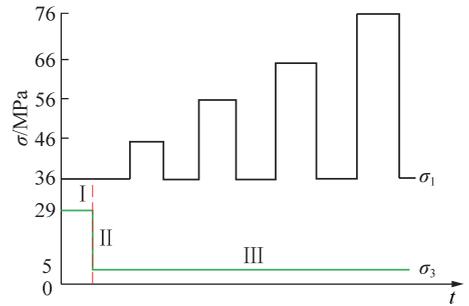


图 2 分级增量加卸载试验应力路径示意

Fig.2 Diagram of stress path in graded incremental loading and unloading test

1.4 试验结果

试验全过程严格按照以上的设计方案和控制方法,本文进行了多组三轴蠕变试验,考虑到篇幅有限,现选取其中围压为 5 MPa 的试验结果进行分析。试验进行的前 2 个阶段如图 3 所示。在还原初始应力阶段,应力加载瞬间试件会产生瞬时弹性变形,随着荷载时间的增加会继续产生轻微的蠕变变形。第 1 阶段总应变为 0.25×10^{-3} ,说明岩石本身在深部受到原岩应力影响有较小变形现象;第 2 阶段卸围压时,轴向应力不变,围压降低,偏应力升高,试件产生轴向变形,应变为 0.18×10^{-3} 。

试验的分级增量循环加卸载共分为 6 个等级,前 5 个等级加载蠕变试验结果如图 4 所示。从图 4 可以看出,在低应力水平加载作用下(1~4 级加载),试件在加载瞬间发生瞬时弹性变形,随着岩石颗粒的移动,试件中原有的张开性结构面或微裂隙被压缩闭合,试件的应变量逐渐增加,但变形速率逐渐趋于平缓,此阶段微元体未被破坏,试件产生黏弹性变形。在中高应力水平加载下(第 5 级加载)试件中的张开性结构面和微裂隙被进一步压缩闭合,岩石蠕变速率同样逐渐减小,但由于应力较高,部分微元体发生塑性破坏,岩石的等速蠕变速率并不为 0,岩石蠕变保持非零速率稳态增加,此时岩石发生黏弹塑性变形。

在高应力水平作用即第 6 级加载下岩石蠕变试验结果如图 5 所示,试件在发生瞬时弹性变形后蠕变速率不断减小,在 0.25 h 后进入稳态蠕变阶段并保持稳态速率 0.70 h 后,发生加速蠕变破坏。此阶段岩石塑性应变不断积累,试件内部的孔隙和裂缝不断扩展发育,最终形成贯通导致试件破坏。

由图 4,5 可知,岩石蠕变变形共经历 4 个阶段:瞬时弹性变形阶段、减速蠕变阶段、等速蠕变阶段和

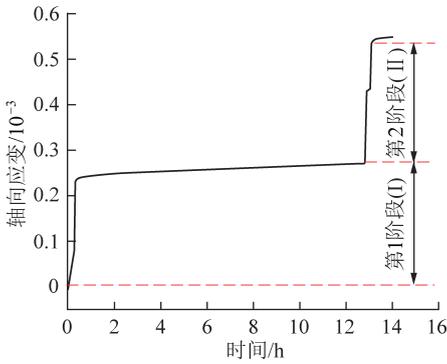


图3 试验初期前2个阶段应变曲线

Fig.3 Strain curves of the first two stages of the initial test

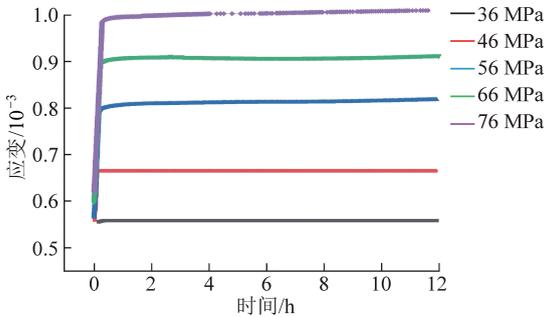


图4 1~5级加载岩石蠕变应变曲线

Fig.4 Creep curves of rock under 1~5th stage loading

加速蠕变阶段。

图5中 $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 分别表示瞬时弹性应变、减速阶段应变、等速阶段应变和加速阶段应变。在蠕变全过程中瞬时弹性变形阶段变形量最大,占总应变的70%~80%,且随着轴向压力等级的增加瞬时弹性应变也增大。随着加载等级的升高,岩石开始出现等速蠕变阶段,等速蠕变的速率同样随轴压的增加而增大,但等速蠕变阶段速率普遍小于同级的减速阶段,这可能是加载作用下岩石内部的孔隙和裂缝在变形量较大的减速蠕变阶段被压缩,微元体流动阻力较大导致的。在第6级(86 MPa)加载时,试件出现加速蠕变,由于此时轴压过高,微元体被破坏,孔隙和裂缝不断扩展、贯通,变形迅速增加。

试验卸载阶段蠕变曲线如图6所示,每一级应力卸载后,岩石轴向应变会产生瞬时的恢复,瞬时恢复的部分即为可恢复的弹性应变。从图6可以看出,随着加载等级的升高,卸载后可恢复的弹性应变也随之增加。由于岩石内部微元体还存在塑性变形,所以卸载后应变不能恢复到零,而是逐渐减小最终趋于平缓稳定到某一值,该值即为不可恢复的塑性变形,塑性变形随着加载等级的提高不断累积增加。

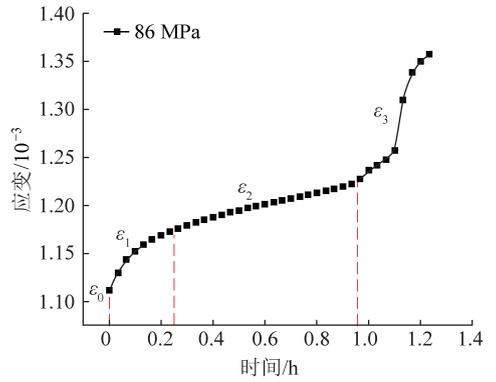


图5 第6级加载岩石蠕变应变曲线

Fig.5 Creep curves of rock under 6th stage loading

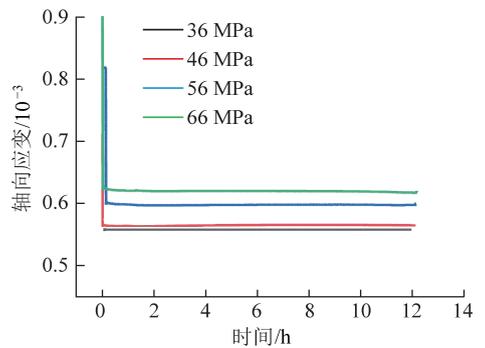


图6 深部砂岩蠕变试验卸载曲线

Fig.6 Creep test unloading curves of deep sandstone

2 黏弹塑性蠕变分析

由岩石各级蠕变曲线可以看出,岩石试件在加载过程中产生了瞬时应变 ε_m 和蠕变应变 ε_c 。可将分级加载下试件总应变 ε 分解为可恢复的瞬弹性应变 ε_{me} 、不可恢复的瞬塑性应变 ε_{mp} 、滞后的黏弹性应变 ε_{ce} 和不可恢复的黏塑性应变 ε_{cp} 四部分,如图7所示。即

$$\varepsilon = \varepsilon_{me} + \varepsilon_{mp} + \varepsilon_{ce} + \varepsilon_{cp} \quad (1)$$

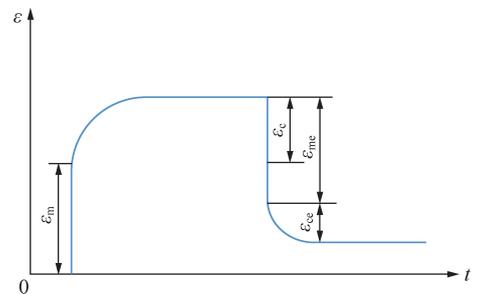


图7 黏弹塑性应变分离示意

Fig.7 Component of viscoelastic plastic strain

对于每一级加载中应力加载瞬间瞬时应变 ε_m 是由2部分组成,即

$$\varepsilon_m(i) = \varepsilon_{me}(i) + \varepsilon_{mp}(i) = \varepsilon_{me}(i) + \sum_{n=1}^i \Delta\varepsilon_{mp}(n) \quad (2)$$

式中, $\varepsilon_m(i)$, $\varepsilon_{me}(i)$, $\varepsilon_{mp}(i)$ 分别为第 i 级加载下总瞬时应变、瞬弹性应变、瞬塑性应变; $\Delta\varepsilon_{mp}(n)$ 为第 n 级加载下瞬塑性应变增量。

通过分析得到黏弹性应变在卸载后可以完全恢复, 所以假定加载与卸载过程中的黏弹性曲线是对称的^[16-17], 从而可以认定加载时黏弹性应变与卸载时恢复的应变相等。如图 8 所示, t 轴上方为加载时的黏弹性应变 ε_{ce} , t 轴下方为卸载时的黏弹性应变 $-\varepsilon_{ce}$, 故可从卸载后测得滞后恢复的应变得到黏弹性应变, 即 $\varepsilon_{ce} = -\varepsilon_{ce}$ 。

在应力伺服过程中岩石蠕变应变 ε_c 由 2 部分组成, 即

$$\varepsilon_c(i) = \varepsilon_{ce}(i) + \varepsilon_{cp}(i) = \varepsilon_{ce}(i) + \sum_{n=1}^i \Delta\varepsilon_{cp}(n) \quad (3)$$

表 1 分级加卸载条件下黏弹塑应变实测值

Table 1 Testing results of visco-elastic-plastic strain under step load and unload

分级	ε_m	ε_{me}	ε_{mp}	$\Delta\varepsilon_{mp}$	ε_c	ε_{ce}	ε_{cp}	$\Delta\varepsilon_{cp}$
第 1 级	0.048 53	0.037 54	0.010 99	0.010 99	0.004 53	0.002 30	0.002 23	0.002 23
第 2 级	0.113 93	0.102 53	0.011 40	0.000 41	0.010 70	0.005 23	0.005 47	0.003 24
第 3 级	0.231 53	0.215 05	0.016 48	0.016 07	0.014 85	0.005 45	0.009 40	0.006 16
第 4 级	0.317 52	0.282 61	0.034 91	0.018 84	0.021 40	0.011 89	0.009 51	0.003 35
第 5 级	0.408 19	0.350 90	0.057 29	0.038 45	0.038 85	0.020 10	0.018 75	0.015 40

注: $\varepsilon_m, \varepsilon_{me}, \varepsilon_{mp}, \Delta\varepsilon_{mp}$ 分别为总瞬时应变、瞬弹性应变、瞬塑性应变、瞬塑性应变增量; $\varepsilon_c, \varepsilon_{ce}, \varepsilon_{cp}, \Delta\varepsilon_{cp}$ 分别为总的蠕变应变、黏弹性应变、黏塑性应变、黏塑性应变增量。

瞬时应变与加载等级的关系如图 9 所示。瞬时应变 ε_m 由瞬弹性应变 ε_{me} 和瞬塑性应变 ε_{mp} 组成, 而瞬弹性应变远大于瞬塑性应变, 说明试件岩石岩性较为坚硬, 塑性变形不明显。随着加载等级增加, 轴向应力水平提高, 瞬时应变、瞬弹性应变和瞬塑性应变均有所增加, 但增加幅度不同。瞬弹性应变呈非线性增加且增幅显著, 而瞬塑性变形增幅较小。瞬塑性增量在加载前两级时略微降低, 但在之后等级的加载中有所增加, 这可能是在加载中试件内部部分微元体被破坏而产生的塑性变形, 从此时之后瞬塑性应变较前面阶段也增幅明显。

蠕变应变与加载等级关系曲线如图 10 所示, 随着加载等级的提高, 滞后的黏弹性应变和不可恢复的黏塑性应变均呈现增加态势。黏弹性应变在前 3 个等级增速较慢, 从第 3 级之后迅速增加, 这表明随加载应力水平增加, 岩石不可恢复的黏性流动增强。黏塑性应变在前 2 个等级增长较快, 第 3

式中, $\varepsilon_c(i), \varepsilon_{ce}(i), \varepsilon_{cp}(i)$ 分别为第 i 级加载下总的蠕变应变、黏弹性应变、黏塑性应变; $\Delta\varepsilon_{cp}(n)$ 为第 n 级加载下黏塑性应变增量。

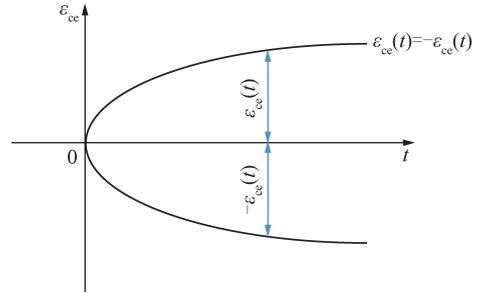


图 8 蠕变过程中黏弹性应变

Fig.8 Viscoelastic strain in creep process

试验实测得到瞬时应变和蠕变应变, 对各级加卸载的数据进行分析和整理, 结果见表 1。由于第 6 级加载时试件发生加速蠕变导致试件破坏, 无法测量第 6 级加载时的变形量, 故在此不予记录。

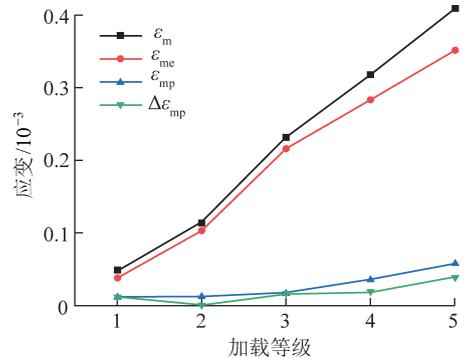


图 9 加载等级-瞬时应变关系曲线

Fig.9 Curves of stress-instantaneous strain relation

级时增加不明显但在之后又迅速增加。在前 2 个加载等级即较低应力水平下, 黏弹性和黏塑性应变相差不多; 在第 3 级时岩石黏弹性应变所占比较小, 岩石的蠕变变形主要表现为黏塑性变形; 在高应力水平下, 岩石的蠕变变形表现为黏弹性和黏塑性共存的状态。

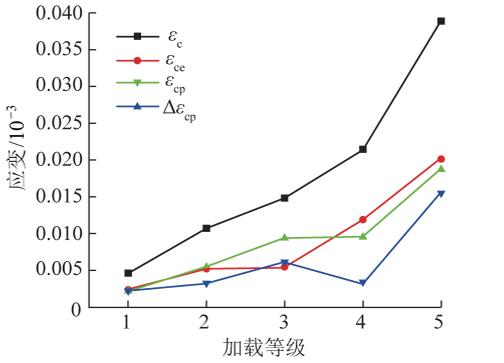


图 10 加载等级-蠕应变关系曲线

Fig.10 Curves of stress-creep strain relation

3 深部砂岩长期强度分析

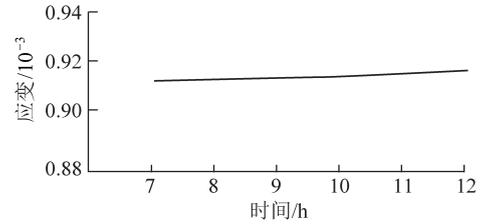
岩石的强度随外载作用时间的延长而降低,岩石在长期荷载作用下可抵挡破坏的强度最低值被称为长期强度^[18],长期强度的试验取值方法有很多,比较常用的有应力-应变等时曲线法和稳态蠕变速率法,本文采用稳态蠕变速率法确定^[19]。

低应力时岩石试件主要发生黏弹性应变,可以维持较长时间,随着应力水平提高,岩石内黏塑性蠕变发展,应变随时间的增加而不断增长,最终导致试件发生蠕变破坏。稳态蠕变速率法认为当试件只发生减速蠕变或者保持等速蠕变阶段蠕变速率为 0 时的最大应力就是岩石长期强度的应力阈值^[20]。当外部荷载超过此应力阈值,岩石则出现稳态蠕变和加速蠕变,岩石内部孔隙和裂缝发生扩展,在一定时间之后发生蠕变破坏。因此,可以通过蠕变速率的变化水平判断应力是否到达阈值,以此来推断岩石的长期强度。

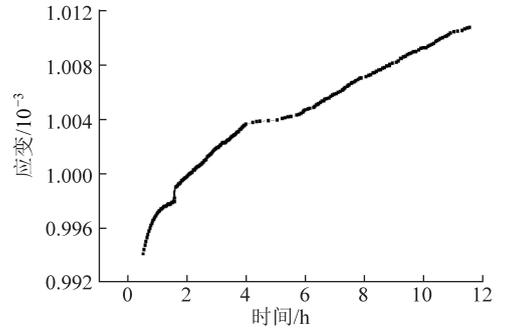
轴压水平为 66 MPa 时等速蠕变阶段应变-时间曲线如图 11(a)所示,曲线较平缓,波动不明显,黏塑性蠕变速率即曲线的斜率基本为 0;当轴压加载到 76 MPa 时,从图 11(b)可以看出,此时应变随时间增加较为明显,等速应变速率不为 0,可以认为此时应力已经超过应力阈值。因此,可认为应力阈值存在 66~76 MPa,在不能精确地找到此值的情况下,可以将 66 MPa 粗略的认为岩石的长期强度。试件在荷载 76 MPa 时发生加速蠕变试件破坏,可以估计此试件的长期强度约为常规强度的 77%。

4 深部砂岩蠕变模型与参数拟合

许多等^[14]在周宏伟教授研究的带有变系数 Abel 黏壶的分数阶模型基础上进行改进:用一个 Abel 黏壶来代替黏弹性体描述初始蠕变和等速蠕变阶段。通过上文分析得到加卸载条件下深部砂岩的黏弹塑性变形特征,本文采用其改进后的模型拟合本试验数



(a) 轴向应力 66 MPa



(b) 轴向应力 76 MPa

图 11 稳态黏塑性蠕变下应变-时间关系

Fig.11 Relationship curves of strain-time under steady viscoplastic creep

据以确定改进后的分数阶模型对深部砂岩的适用性。Abel 黏壶^[10]的本构关系为

$$\sigma = \frac{\eta d^\gamma \varepsilon(t)}{dt^\gamma} \quad (4)$$

式中, η 为黏性系数; γ 为求导阶数, $0 \leq \gamma \leq 1$ 。

当 $\gamma = 0$ 时,式(4)可化简为一次函数关系即满足胡克定律的理想弹性体;当 $\gamma = 1$ 时,应力应变为一阶导数关系即满足牛顿流体本构关系。因此, $0 \leq \gamma \leq 1$ 时可以用来模拟介于理想弹性体和牛顿流体之间的中间材料^[12]。

变系数 Abel 黏壶^[12]的本构关系为

$$\sigma = (\eta^\gamma e^{-\alpha t}) \frac{d^\gamma \varepsilon(t)}{dt^\gamma} \quad (5)$$

式中, α 为与岩石性质相关的系数。

加入变系数 Abel 黏壶后的分数阶模型示意如图 12 所示,模型中胡克体(H)表征蠕变的瞬时弹性变形,Abel 黏壶表征减速蠕变和等速蠕变阶段,变系数 Abel 黏壶和塑性元件并联成黏塑性体(N/St.V)表征非线性加速蠕变。其蠕变本构方程为

当 $\sigma < \sigma_s$ 时,有

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma_t^\gamma}{\eta_1^\gamma \Gamma(\gamma + 1)} \quad (6)$$

当 $\sigma \geq \sigma_s$ 时,

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma t^\gamma}{\eta_1^\gamma \Gamma(\gamma + 1)} + \frac{(\sigma - \sigma_s)}{\eta_2^\gamma} t^\gamma + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\alpha t)^k}{\Gamma(\gamma + 1 + k)} \quad (7)$$

引入 Mittag-Leffler 函数,

$$E_a^b(c) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(c)^k}{\Gamma(a+b)}$$

(8)

则式(7)可写作

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma t^\gamma}{\eta_1^\gamma \Gamma(\gamma + 1)} + \frac{(\sigma - \sigma_s)}{\eta_2^\gamma} t^\gamma E_{1,1+\gamma}(\alpha t)$$

(9)

式中, E_0 为弹性体弹性模量; η_1^γ , η_2^γ 为黏性系数; σ_s 为屈服应力; α 为相关系数。

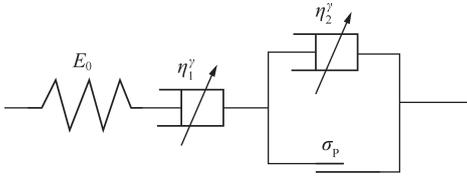


图 12 蠕变本构模型示意

Fig.12 Schematic view of creep constitutive model

在岩石蠕变特性的研究中,常用西原模型来反映岩石的蠕变特性,本文同时用西原模型和改进的分数阶模型对试验结果进行数据拟合。对比分析 2 种模型的拟合效果,判断 2 种蠕变模型对砂岩的适用性。西原模型的蠕变本构方程^[21]为

当 $\sigma < \sigma_s$ 时,有

表 2 模型参数拟合结果 ($\sigma < \sigma_s$)

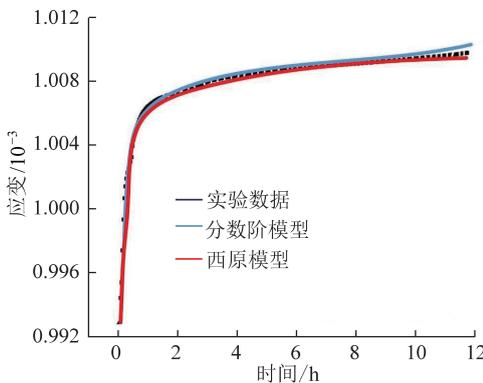
Table 2 Model parameter fitting results ($\sigma < \sigma_s$)

	E_0/GPa	E_1/GPa	$\eta_1/(\text{GPa} \cdot \text{h})$	γ
西原模型	113.636	96.006	11.265	1.000
分数阶模型	114.513	—	113.001	0.285

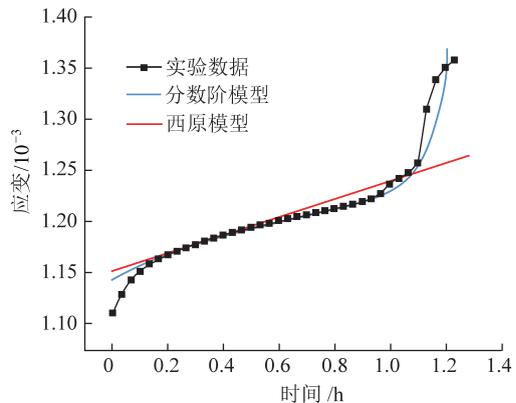
表 3 模型参数拟合结果 ($\sigma \geq \sigma_s$)

Table 3 Model parameter fitting results ($\sigma \geq \sigma_s$)

	E_0/GPa	E_1/GPa	$\eta_1/(\text{GPa} \cdot \text{h})$	$\eta_2/(\text{GPa} \cdot \text{h})$	γ
西原模型	183.575	130.155	16.216	24.151	1
分数阶模型	179.631	—	98.247	1 018.700	0.335



(a) $\sigma < \sigma_s$ 时拟合效果对比



(b) $\sigma \ge \sigma_s$ 时拟合效果对比

图 13 拟合结果与试验数据对比

Fig.13 Comparison of fitting results and test data

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{E_1} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_1}{\eta_1} t\right) \right]$$

(10)

当 $\sigma \geq \sigma_s$ 时,有

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{E_1} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_1}{\eta_1} t\right) \right] + \frac{\sigma - \sigma_s}{\eta_2} t$$

(11)

式中, E_1 为黏弹性体弹性模量; η_1 和 η_2 为黏弹性体、黏弹塑性体黏滞性系数。

采用最小二乘法分别对初始与稳态蠕变阶段 ($\sigma < \sigma_s$) 和全过程蠕变阶段 ($\sigma \geq \sigma_s$) 进行参数拟合,结果见表 2,3,试验数据与 2 种模型拟合结果如图 13 所示。从图 13 可以看出,在 $\sigma < \sigma_s$ 时,改进的分数阶模型和西原模型都可以较好地拟合出试验数据曲线,初始蠕变阶段的应变非线性增长过程和稳态蠕变阶段变形速率逐渐趋于稳定;在 $\sigma \geq \sigma_s$ 时,明显看出西原模型拟合最终趋于直线,明显偏离试验数据曲线,不能反映出加速蠕变的非线性蠕变特征。而改进后的分数阶模型虽然也稍有偏离,但整体上还可以较好地反映出全过程蠕变应变特征,特别是加速蠕变阶段应变急剧升高的过程。

由此可见,改进后的分数阶模型相对于西原模型可以更好地反应砂岩全过程蠕变特征,尤其是对加速蠕变阶段有良好的描述。

5 结 论

(1)对深部岩石进行初始应力还原后加载试验,蠕变应变可以分离为瞬弹性应变、瞬塑性应变、黏弹性应变和黏塑性应变,说明深部岩石具有强流变特征。在加载过程中瞬弹性应变和瞬塑性应变均随应力增加而增加,但瞬塑性应变增量先减小后增大,说明在加载过程中试件内部有瑕疵的微元体被破坏,塑性变形堆积。

(2)随加载应力水平增加,深部岩石不可恢复的黏性流动增强,黏塑性应变增长较快,在高应力水平下,岩石的蠕变变形表现为黏弹性和黏塑性共存的状态。

(3)低应力水平时砂岩试件仅出现减速蠕变和等速蠕变且等速蠕变速率为零,当应力达到阈值后等速蠕变速率不为零,继续提高应力等级后一段时间出现加速蠕变。

(4)采用稳态蠕变速率法对等速蠕变速率分析,获得深部砂岩的长期强度为 66 MPa,约为常规强度的 77%。

(5)确定了改进后的分数阶黏弹塑性蠕变损伤模型对深部砂岩的适用性,通过最小二乘法对试验数据进行蠕变模型和西原模型的拟合与参数辨识,并进行拟合效果对比分析,比较出改进后的蠕变模型可以更好地描述深部砂岩全过程蠕变特征。

参考文献 (References):

- [1] 蔡美峰,何满潮,刘东燕. 岩石力学与工程[M]. 北京:科学出版社,2009:1-5.
- [2] 谢和平. 深部岩体力学与开采理论研究进展[J]. 煤炭学报, 2019,44(5):1283-1305.
XIE Heping. Research review of the state key research development program of China: Deep rock mechanics and mining theory [J]. Journal of China Coal Society, 2019, 44(5): 1283-1305.
- [3] 张忠亭,罗居剑. 分级加载下岩石蠕变特性研究[J]. 岩石力学与工程学报,2004,23(2):218-222.
ZHANG Zhongting, LUO Jujian. Study on creep properties of rock under step load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004,23(2):218-222.
- [4] 王来贵,赵娜,何峰,等. 岩石蠕变损伤模型及其稳定性分析[J]. 煤炭学报,2009,34(1):64-68.
WANG Laigui, ZHAO Na, HE Feng, et al. Rock creep damage model and its stability analysis[J]. Journal of China Coal Society, 2009, 34(1):64-68.
- [5] 王芝银,艾传志,唐明明. 不同应力状态下岩石蠕变全过程[J]. 煤炭学报,2009,34(2):169-174.
WANG Zhiyin, AI Chuanzhi, TANG Mingming. Complete process of

rock creep in different stress states[J]. Journal of China Coal Society, 2009,34(2):169-174.

- [6] 赵延林,曹平,陈沉江,等. 分级加卸载下节理软岩流变试验及模型[J]. 煤炭学报,2008,33(7):748-753.
ZHAO Yanlin, CAO Ping, CHEN Ruanjiang, et al. Creep properties experiment and model of jointed soft rocks under step load and unload [J]. Journal of China Coal Society, 2008,33(7):748-753.
- [7] 袁海平,曹平,万文,等. 分级加卸载条件下软弱复杂矿岩蠕变规律研究[J]. 岩石力学与工程学报,2006,25(8):1575-1581.
YUAN Haiping, CAO Ping, WAN Wen, et al. Study on creep rules of soft and intricate ore-rock under step load and unload[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(8): 1575-1581.
- [8] 刘新喜,李盛南,周炎明,等. 高应力泥质粉砂岩蠕变特性及长期强度研究[J]. 岩石力学与工程学报,2020,39(1):138-146.
LIU Xinxi, LI Shengnan, ZHOU Yanming, et al. Study on creep behavior and long-term strength of argillaceous siltstone under high stresses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, 39(1):138-146.
- [9] 徐卫亚,杨圣奇,褚卫江. 岩石非线性黏弹塑性流变模型(河海模型)及其应用[J]. 岩石力学与工程学报,2006,25(3):433-447.
XU Weiya, YANG Shengqi, CHU Weijiang. Nonlinear viscoelasto-plastic rheological model(Hohai model) of rock and its engineering application [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006,25(3):433-447.
- [10] 刘东燕,赵宝云,朱可善,等. 砂岩直接拉伸蠕变特性及 Burgers 模型的改进与应用[J]. 岩土工程学报,2011,33(11):1740-1744.
LIU Dongyan, ZHAO Baoyun, ZHU Keshan, et al. Direct tension creep behaviors of sandstone and improvement and application of Burgers model [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011,33(11):1740-1744.
- [11] 陈文,孙洪广,李西成. 力学与工程问题的分数阶导数建模[M]. 北京:科学出版社,2010.
- [12] 周宏伟,王春萍,段志强,等. 基于分数阶导数的盐岩流变本构模型[J]. 中国科学:物理学力学天文学,2012,42(3):310-318.
ZHOU Hongwei, WANG Chunping, DUAN Zhiqiang, et al. Therheological constitutive model of salt rock based onfractional derivative[J]. Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica, 2012, 42(3):310-318.
- [13] 吴斐,谢和平,刘锋,等. 分数阶黏弹塑性蠕变模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报,2014,33(5):964-970.
WU Fei, XIE Heping, LIU Feng, et al. Experimental study of fractional viscoelastic-plastic creep model [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014,33(5):964-970.
- [14] 许多,吴世勇,张茹,等. 锦屏深部大理岩蠕变特性及分数阶蠕变模型[J]. 煤炭学报,2019,44(5):1456-1464.
XU Duo, WU Shiyong, ZHANG Ru, et al. Creep characteristics and creep model of deep buried marble at Jinping underground laboratory [J]. Journal of China Coal Society, 2019, 44(5): 1456-1464.

- [15] WU F, CHEN J, ZOU Q L. A nonlinear creep damage model for salt rock [J]. *International Journal of Damage Mechanics*, 2019, 28(5):758-771.
- [16] 李娜, 曹平, 衣永亮, 等. 分级加卸载下深部岩石流变实验及模型[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2011, 42(11):3465-3471.
LI Na, CAO Ping, YI Yongliang, et al. Creep properties experiment and model of deep rock with step loading and unloading [J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2011, 42(11):3465-3471.
- [17] 高文华, 刘正, 刘栋, 等. 分级加卸载下深部粉砂岩三轴蠕变特性试验研究[J]. *自然灾害学报*, 2012, 21(5):127-134.
GAO Wenhua, LIU Zheng, LIU Dong, et al. Experimental study on triaxial creep behavior of deep siltstone under stepwise loading and unloading [J]. *Journal of Natural Disasters*, 2012, 21(5):127-134.
- [18] 刘雄. 岩石流变学概论[M]. 北京:地质出版社, 1994:180-210.
- [19] 李良权, 徐卫亚, 王伟, 等. 基于流变试验的向家坝砂岩长期强度评价[J]. *工程力学*, 2010, 27(11):127-136.
LI Liangquan, XU Weiya, WANG Wei, et al. Estimation of long-term strength for Xiangjiaba sandstone based on rheological test [J]. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(11):127-136.
- [20] 张清照, 沈明荣, 丁文其. 锦屏绿片岩力学特性及长期强度特性研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, 31(8):1642-1649.
ZHANG Qingzhao, SHEN Mingrong, DING Wenqi. Study of mechanical properties and strength of Jinping green schist [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, 31(8):1642-1649.
- [21] 张忠亭, 罗居剑. 分级加载下岩石蠕变特性研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(2):218-222.
ZHANG Zhongting, LUO Jujian. Study on creep properties of rock under step load [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(2):218-222.