

声发射系统中的一维黏弹性波导器理论模型

邹银辉^{1,2}, 董国伟¹, 张庆华¹, 程国强², 吕贵春¹, 杨慧明¹

(1. 煤科科学研究总院 重庆分院, 重庆 400037; 2. 山东科技大学 灾害预测与控制重点实验室, 山东 青岛 266510)

摘要: 根据波动动力学的相关理论, 建立了一维波导器的黏弹性力学模型, 给出了模型的基本假设, 运用黏弹性理论推导了模型中声发射简谐应力波在界面的应力及位移的透反射系数公式, 得出了声发射简谐应力波在波导器中的位移、速度及加速度随传播距离变化的公式, 通过公式可知波导器接收端声发射信号位移、速度及加速度与波源声发射信号相关参数的关系, 从而初步得知波导器中声发射信号的传播规律。

关键词: 声发射; 黏弹性; 波导器; 力学模型; 传播规律

中图分类号: TD713

文献标识码: A

One dimension viscoelastic wave guide theory model in acoustic emission (AE) system

ZOU Yin-hui^{1,2}, DONG Guo-wei¹, ZHANG Qing-hua¹,
CHENG Guo-qiang², LÜ Gui-chun¹, YANG Hui-ming¹

(1. Chongqing Branch, China Coal Research Institute, Chongqing 400037, China; 2. Major Lab. of Disaster Prediction and Prevention, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266510, China)

Abstract: Based on correlative theory of wave dynamics, one dimension wave guide theory mechanical model and correlative hypothesis were set up and AE signal refraction and reverberation coefficient in interface were presented according to viscoelastic mechanics and when AE signal transmits along with wave guide, AE signal displacement and speed and acceleration formulas were presented. According to the formulas, the relations between displacement and speed and acceleration in wave guide terminal and in AE signal source were founded, AE propagation rule in wave guide was known.

Key words: acoustic emission (AE); viscoelasticity; wave guide; mechanical model; propagation rule

经过近 20 a 的研究, 煤岩动力灾害声发射预警技术取得了大量的成果, 某些领域已成功应用, 但声发射传播规律的理论研究相对滞后。前人研究重点是预警工艺和仪器设备, 实验室研究方面主要进行了煤岩单轴受载条件下声发射特征等基础研究, 没有系统研究声发射波在各类导波器中的传播特性、煤岩体中的传播与衰减规律等, 导波器的设计与安装等主要凭经验进行, 这直接影响了传感器的安装工艺及效果, 影响了声发射信号数据反演分析的可靠性, 声发射技术预测煤岩动力灾害失灵现象时有发生, 进而造成了煤岩动力灾害声发射预警技术未能完全形成实用的技术体系, 延迟了声发射预测技术的完全实用化^[1~3]。本文基于波动动力学的相关理论, 建立了一维波导器的黏弹性理论模型, 得出了声发射简谐应力波位移、速度及加速度幅值随传播距离的变化情况。

收稿日期: 2007-03-03 责任编辑: 毕永华

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (973) 资助项目 (2005CB221505); 国家自然科学基金重点资助项目 (50534080/E041503); 河南省煤矿瓦斯与火灾防治重点实验室资助项目 (HKLGF200508)

作者简介: 邹银辉 (1971-), 男, 四川岳池人, 高级工程师。Tel: 023-65239350, E-mail: mkyzyh@163.com

1 一维波导器的黏弹性理论模型

根据现场声发射系统中波导器安装情况及其中声发射信号波长情况,采取以下假设,将其简化为一维波导器力学模型,如图 1 所示.

(1) 半无限波导器是一维弹性元件,有限波导器是一维黏弹性元件.

(2) 波导器变形前的平截面在变形过程中始终保持平面.

(3) 除了沿横截面恒为均匀分布的轴向应力,其它应力分量均为 0.

(4) 声发射应力波从无限波导器传播到有限波导器时,传播方向平行于轴向,并垂直于界面.

(5) 波导器不计体力.

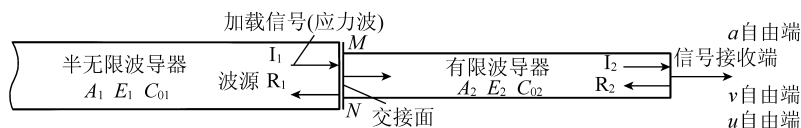


图 1 一维黏弹性波导器力学模型

Fig. 1 One dimension viscoelastic wave guide mechanical model

2 一维波导器的动力学平衡方程及透反射系数

2.1 一维波导器的动力学平衡方程

一维波导器的弹性动力学平衡方程为

$$\frac{\partial \sigma(x, t)}{\partial x} + X = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (1)$$

式中, σ 为应力; X 为轴向方向的体力; u 为轴向位移; ρ 为波导器材料的密度.

对于半无限波导器, 引用胡克定律

$$\sigma = E \varepsilon = \frac{E \partial u}{\partial x}. \quad (2)$$

其中 E 为杨氏模量; ε 为轴向应变. 由式 (1), (2) 得出

$$\frac{c_0^2 \partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{X}{\rho}. \quad (3)$$

其中 $c_0 = \sqrt{E/\rho}$, 通常称其为波导器波速. 在不计体力的情况下, 由式 (3) 得到

$$\frac{c_0^2 \partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (4)$$

同理, 一维波导器的黏弹性动力学平衡方程为

$$\sigma = \bar{E} \varepsilon = \frac{\bar{E} \partial u}{\partial x}, \quad (5)$$

式中, $\bar{E}$ 为复数杨氏模量.

式 (4), (5) 适用于长波长的波, 即波长大于波导器直径的问题, 长波长的波适用于任意截面形状的波导器. 同样波的应变、应力及速度公式也满足式 (4), (5) 的形式.

2.2 反射及透射系数

对于无限长波导器的初值问题

$$\begin{cases} \frac{c_0^2 \partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ u(x, 0) = \varphi(x) \\ \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = \varphi_1(x) \end{cases} \quad (-\infty < x < +\infty, t \geq 0), \quad (6)$$

式中, $\varphi(x)$, $\varphi_1(x)$ 分别为位移及速度的初始函数.

式(6)的解为

$$u = F(x - c_0 t) + G(x + c_0 t), \quad (7)$$

式中, F 和 G 分别为右及左行波函数.

函数 F 和 G 有初始条件确定, 即

$$F(x) = \frac{1}{2}\varphi(x) - \frac{1}{2c_0} \int_a^x \varphi_1(\xi) d\xi, \quad G(x) = \frac{1}{2}\varphi(x) + \frac{1}{2c_0} \int_a^x \varphi_1(\xi) d\xi.$$

其中 a 为任意常数. 将式(7)带入式(6)得到^[4~7]

$$u(x, t) = \frac{1}{2} \{ \varphi(x - c_0 t) + \varphi(x + c_0 t) \} + \frac{1}{2c_0} \int_{x-c_0 t}^{x+c_0 t} \varphi_1(\xi) d\xi.$$

考虑任意波导器交界面处的反射及透射, 用 $A_1, E_1, \rho_1, c_{01}; A_2, E_2, \rho_2, c_{02}$ 分别表示交界面两边材料的横截面积、弹性模量、密度及其中应力波速度, 并用 I, R, T 分别表示入射波、反射波及透射波, 交接面处连续条件分别为

$$\text{位移:} \quad u_1 = u_2, \text{ 即 } u_1 + u_R = u_T, \quad (8)$$

$$\text{速度:} \quad v_1 = v_2, \text{ 即 } v_1 + v_R = v_T, \quad (9)$$

$$\text{轴力:} \quad N_1 = N_2, \text{ 即 } N_1 + N_R = N_T. \quad (10)$$

此时, N 表示波导器中轴力. 若入射的右行波 $u_1 = F_1(x - c_{01}t) = F_1(\xi)$, 其中 $c_{01} = \sqrt{E_1/\rho_1}$, $\xi = x - c_{01}t$, u_1 对 x 和 t 求偏导数, 即

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{dF_1}{d\xi}, \quad \frac{\partial u_1}{\partial t} = -c_{01} \frac{dF_1}{d\xi}. \quad (11)$$

由式(11)得到

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = c_{01} \frac{\partial u_1}{\partial x}. \quad (12)$$

同理对反射波和透射波有

$$\frac{\partial u_R}{\partial t} = \frac{c_{01} \partial u_R}{\partial x}, \quad \frac{\partial u_T}{\partial t} = -c_{02} \frac{\partial u_T}{\partial x}. \quad (13)$$

因速度 $v = \partial u / \partial t$, 则将式(12), (13)代入到速度连续条件(9)可得

$$-c_{01} \frac{\partial u_1}{\partial x} + c_{01} \frac{\partial u_R}{\partial x} = -c_{01} \frac{\partial u_T}{\partial x}. \quad (14)$$

由关系式 $\partial u / \partial x = \varepsilon = \sigma / E = N / (AE)$ 可将式(14)转化为

$$-c_{01} \frac{N_1}{A_1 E_1} + c_{01} \frac{N_R}{A_1 E_1} = -c_{02} \frac{N_T}{A_2 E_2}. \quad (15)$$

由式(15)得到

$$N_T = \alpha(N_1 - N_R). \quad (16)$$

其中, $\alpha = \frac{c_{01} A_2 E_2}{c_{02} A_1 E_1} = \frac{c_{02} A_2 \rho_2}{c_{01} A_1 \rho_1}$. 由式(10), (15)及(16)可得到力的反射和透射系数为

$$\frac{N_R}{N_1} = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}, \quad \frac{N_T}{N_1} = \frac{2\alpha}{\alpha + 1}. \quad (17)$$

由位移、应变及应力的关系式, 通过积分可得到位移的反射及透射系数为

$$\lambda_R = \frac{u_R}{u_1} = -\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}, \quad \lambda_T = \frac{u_T}{u_1} = \frac{2}{\alpha + 1}. \quad (18)$$

在半无限波导器与有限波导器的交接面、有限波导器信号接受端考虑反射及透射时, 同样用 $A_1, E_1, \rho_1, c_{01}; A_2, E_2, \rho_2, c_{02}; A_3, E_3, \rho_3, c_{03}$ 分别表示半无限波导器、有限波导器及其信号接收端右边材料的横截面积、弹性模量、密度及其中应力波速度, 对于图1所示的一维波导器力学模型采用式(18)可

得出通过半无限波导器及有限波导器交接面的应力波位移的透、反射系数,从而知透射应力波位移

$$u_{T_1} = \lambda_{T_1} u_{I_1}.$$

3 简谐波在一维黏弹性波导器中的传播规律

设 $u_{I_1} = u_0 \exp[i\omega(t - x/c)]$, 则 $u_{T_1} = \lambda_{T_1} u_{I_1} = \lambda_{T_1} u_0 \exp[i\omega(t - x/c)]$. 对于式 (5), 令 $\bar{E} = E_1 + iE_2$, $|\bar{E}| = (E_1^2 + E_2^2)^{1/2}$, $\theta = \arg \bar{E} = \tan^{-1}(E_2/E_1)$, 则

$$c = \left(\frac{\bar{E}}{\rho}\right)^{1/2} = \left(\frac{|\bar{E}|}{\rho}\right)^{1/2} e^{i\frac{\theta}{2}}. \quad (19)$$

由于 c 为复数, 为得到实的波速, 令

$$\bar{s} = 1/c = s_1 + is_2. \quad (20)$$

则

$$u_{T_1} = \lambda_{T_1} u_{I_1} = \lambda_{T_1} u_0 \exp(\omega s_2 x) \exp[i\omega(t - s_1 x)]. \quad (21)$$

令 $\omega s_2 = -a$ (a 为衰减因子), $\exp(\omega s_2 x)$ 为应力波幅值随距离的变化系数.

由式 (19) 及 (20) 可得

$$\bar{s} = \frac{1}{c} = \left(\frac{\rho}{|\bar{E}|}\right)^{1/2} e^{i\frac{\theta}{2}} = \left(\frac{\rho}{|\bar{E}|}\right)^{1/2} \left(\cos \frac{\theta}{2} - i \sin \frac{\theta}{2}\right).$$

从而

$$s_1 = \left(\frac{\rho}{|\bar{E}|}\right)^{1/2} \cos \frac{\theta}{2}, s_2 = -\left(\frac{\rho}{|\bar{E}|}\right)^{1/2} \sin \frac{\theta}{2}. \quad (22)$$

设实的波速为 c_{02} , 于是得

$$c_{02} = \frac{1}{s_1} = \left(\frac{\bar{E}}{\rho}\right)^{1/2} \sec \frac{\theta}{2}, a = -\omega s_2 = \frac{\omega}{c_{02}} \tan \frac{\theta}{2}. \quad (23)$$

对于马克斯韦尔体, 其微分型本构关系为

$$a_1 \dot{\sigma} + \sigma = b_1 \dot{\epsilon}, P(D) = a_1 D + 1, Q(D) = b_1(D). \quad (24)$$

由式 (19), (23) 及 (24) 可得

$$\bar{E} = \frac{b_1(i\omega)}{a_1(i\omega) + 1} = \frac{a_1 b_1 \omega^2}{1 + (a_1 \omega)^2} + i \frac{b_1 \omega}{1 + (a_1 \omega)^2}, |\bar{E}| = (E_1^2 + E_2^2)^{1/2} = b_1 \omega (1 + a_1^2 \omega^2)^{-1/2},$$

$$\tan \theta = \frac{E_2}{E_1} = \frac{b_1 \omega}{a_1 b_1 \omega^2} = \frac{1}{a_1 \omega}.$$

$$c_{02} = \left[\left(\frac{1}{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{a_1 \omega}\right)^2}} \right) \frac{2b_1}{a_1 \rho} \right]^{1/2}, a = \left[\left(\sqrt{1 + \left(\frac{1}{a_1 \omega}\right)^2} - 1 \right) \frac{a_1 \rho}{2b_1} \right]^{1/2} \omega. \quad (25)$$

对于有限波导器信号接收端入射应力波位移 $u_{I_2} = u_{T_1}$, 有限波导器信号接收端可看作自由端, 由于自由端 $A_3 E_3 / c_{03} \ll A_2 E_2 / c_{02}$, 即 $a \rightarrow 0$ 的极限情况, 由式 (18) 可知: 自由端 $\lambda = 2$, 由此可推出自由端

$$u = 2u_{I_2} = 2u_{T_1}. \quad (26)$$

由式 (21), (22), (25) 及 (26) 可得自由端

$$\begin{cases} u = 2\lambda_{T_1} u_0 w^2 \exp\{-[(\sqrt{1 + (a_1 \omega)^{-2}} - 1)a_1 \rho / (2b_1)]^{1/2} \omega x\} C, \\ v = 2\lambda_{T_1} u_0 w i \exp\{-[(\sqrt{1 + (a_1 \omega)^{-2}} - 1)a_1 \rho / (2b_1)]^{1/2} \omega x\} C', \\ a = -2\lambda_{T_1} u_0 w^2 \exp\{-[(\sqrt{1 + (a_1 \omega)^{-2}} - 1)a_1 \rho / (2b_1)]^{1/2} \omega x\} C'', \end{cases} \quad (27)$$

其中

$$C = \exp\left\{i\omega\left[t - \left(\frac{1}{1 + \sqrt{1 + (a_1\omega)^{-2}}} \frac{2b_1}{a_1\rho}\right)^{-1/2}\right]x\right\}.$$

式 (27) 即为有限波导器自由端第 1 次接受到的应力波位移、速度及加速度, 随后波导器自由端不断接受到通过无限波导器及有限波导器交接面及有限波导器自由端多次的反射及透射后的应力波信号, 直到信号衰减为 0.

4 结 论

(1) 基于波动动力学的相关理论建立了一维波导器的黏弹性理论模型, 并给出了相关假设.

(2) 基于所建力学模型及假设, 利用黏弹性理论得出了其中弹性及黏弹性波导器的动力学平衡方程及其界面的透反射系数公式.

(3) 推导出了声发射简谐波在一维黏弹性波导器传播过程中的位移、速度及加速度随传播距离变化的公式, 由公式可知位移、速度及加速度幅值绝对值与传播距离成指数衰减关系. 对同一性质、不同长度的波导器, 波导器长度越长, 接收端信号位移、速度及加速度幅值绝对值越小.

(4) 通过对波源声发射信号的位移、速度及加速度与波导器接收端声发射信号关系的研究, 对声发射系统中波导器声发射信号的传播规律有了初步的了解.

参考文献:

- [1] 邹银辉. AE 声发射监测煤与瓦斯突出技术 [R]. 重庆: 煤炭科学研究总院重庆分院, 2003.
- [2] 袁振明, 马羽宽. 声发射技术及其应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1985.
- [3] 腾山邦久. 声发射 (AE) 技术的应用 [M]. 冯夏庭, 译. 北京: 冶金工业出版社, 1996. 52 ~ 54.
- [4] 邹银辉, 文光才, 胡千庭, 等. 岩体声发射传播衰减理论分析及试验研究 [J]. 煤炭学报, 2004, 29 (6): 663 ~ 667.
- [5] 艾龙根 A C, 舒胡毕 E S. 弹性动力学 [M]. 北京: 石油工业出版社, 1984.
- [6] 阿肯巴赫. 弹性固体中波的传播 [M]. 冯夏庭, 译. 上海: 同济大学出版社, 1992.
- [7] 杨桂通. 弹性动力学 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 1988.

+++++

重要启事

近几年,《煤炭学报》收到的论文越来越多,为了刊出更多的优秀论文,缩短出版周期,2007 年,《煤炭学报》由双月刊 (136 页) 改为月刊 (112 页);《JOURNAL OF COAL SCIENCE & ENGINEERING (CHINA)》(《煤炭学报》英文版) 由半年刊改为季刊,欢迎大家踊跃投稿.

本刊编辑部已安装远程稿件处理系统,该系统已于 2007-01-01 正式启用,可实现作者网上投稿、查稿、上传修改稿、专家网上审稿等. 自 2007-01-01 编辑部不再接收邮寄和 E-mail 投稿,谢谢合作!

详情请登陆本刊网站: <http://www.mtxb.com.cn>

本刊编辑部