



移动阅读

贺福帅,胡海峰,廉旭刚,等. 与位置有关正态时间函数模型构建及参数[J]. 煤炭学报,2020,45(S2):766-772.  
HE Fushuai, HU Haifeng, LIAN Xugang, et al. Construction and parameter of normal time function model related to position[J]. Journal of China Coal Society, 2020, 45(S2):766-772.

## 与位置有关正态时间函数模型构建及参数

贺福帅,胡海峰,廉旭刚,张 凯

(太原理工大学 矿业工程学院,山西 太原 030024)

**摘要:**动态预计为煤炭开采过程中工作面上方的建构筑物保护提供依据,时间函数作为动态预计的核心尤为重要。传统时间函数研究对象为单点,对开采过程中时间参数随位置变化规律研究不足。基于正态分布时间函数具有较好的时空完备性,通过引入超前影响距 $L_1$ 和最大下沉速度滞后距 $L_2$ ,在优化后的正态时间函数基础上建立了与位置 $x$ 有关的时间函数模型并给出了参数开始移动时间 $t_p$ 和移动持续时间 $t_c$ 的计算公式。结合某工作面走向点实测数据,运用最小二乘拟合法探究了形态参数 $c$ 随位置 $x$ 的变化规律,并选取不同地质条件下的工作面验证规律可靠性。研究结果表明:形态参数 $c$ 在模型范围内分为两段,第1段表现为减函数,第2段为稳定值,分界点为超前影响距与充分采动距之和。拟合参数代入模型后,将观测点预测值与实测值比较,预测相对中误差保持在5%~9%;在较软弱地质条件下的另一工作面,预测相对中误差保持在1%~5%。正态时间函数单点精度优于或等于传统的Knothe时间函数、双参数Knothe时间函数、Logistic函数,且模型整体精度稳定,精度能够满足实际预测需要。通过处理工作面实测数据,将预测值与实测值对比,其相对中误差在合理范围内,证实了模型的可靠性。因此正态分布时间函数模型可为矿区地表沉降精确动态预计服务。

**关键词:**开采沉陷;超前影响距;最大下沉速度滞后距;正态时间函数;形态参数

中图分类号:TD325

文献标志码:A

文章编号:0253-9993(2020)S2-0766-07

## Construction and parameter of normal time function model related to position

HE Fushuai, HU Haifeng, LIAN Xugang, ZHANG Kai

(School of Mining Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

**Abstract:** The dynamic prediction provides a basis for the protection of the structures above the working face in the process of coal mining. As the core of dynamic prediction, time function is particularly important. The research object of the traditional time function is a single point, so it is insufficient to study the variation of time parameter with position in the mining process. Based on the spatio-temporal completeness of the normal distribution time function, the introduction of the advancing influence distance ( $L_1$ ) and the lag distance of the maximum subsidence velocity ( $L_2$ ), a time function model related to position ( $x$ ) is established based on the optimized normal time function. The calculation formulas of the parameters starting time ( $t_p$ ) and moving duration time ( $t_c$ ) are given. Based on the measured data of strike point in the working face, the least square fitting method is used to explore the variation law of shape parameters ( $c$ ) with position ( $x$ ) and the working faces under different geological conditions are selected to verify the reliability of the law. The results show that the morphological parameters ( $c$ ) are divided into two sections within the range of the

收稿日期:2020-04-06 修回日期:2020-05-08 责任编辑:黄小雨 DOI:10.13225/j.cnki.jccs.2020.0555

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51574132,51704205);山西省研究生教育创新资助项目(2019SY126)

作者简介:贺福帅(1996—),男,山西朔州人,硕士研究生。E-mail:2414135433@qq.com

通讯作者:胡海峰(1965—),男,山西孟县人,教授,博士。E-mail:tyhhf65@163.com

model, the first section is a subtraction function, the second section is a stable value. The dividing point is the sum of the advancing influence distance and the full mining distance. After the fitting parameters are substituted into the model, the mean square error is kept between 5%–9% when the predicted value of the observation points is compared with the measured value. In the other working face under the weaker geological conditions, the mean square error of prediction is kept within the range of 1%–5%. Compared with the traditional Knothe time function, two-parameter Knothe time function and Logistic function, the single point accuracy of the normal time function is better than or equal to them. The overall accuracy of the model is stable and the accuracy can meet the actual prediction needs. By processing the measured data of the working face and comparing the predicted value with the measured value, the mean square error is within a reasonable range, which proves the reliability of the model. Therefore, the normal distribution time function model can serve for the accurate dynamic prediction of mining surface subsidence.

**Key words:** mining subsidence; advance distance of influence; distance of maximum subsidence velocity; normal time function; morphological parameter

开采沉陷是一个随时间、空间发生复杂变化, 岩体不断破碎再达到新的平衡的过程<sup>[1-4]</sup>。由于地质条件的复杂性, 精确预计地表移动一直是许多学者努力的方向。目前, 地表静态沉陷预计已较为成熟, 动态预计一直处于研究阶段。动态预计可以得到地表出现最大变形的位置和时间, 为地表水体、建筑物保护提供参考, 为保护地表设施提供决策依据, 因此进行地表动态预计有重要意义。

动态预计目前学者提出了多种模型, 王军保等<sup>[5]</sup>引入了流变力学中非定常流变模型; 崔希民等<sup>[6]</sup>基于 Knothe 时间函数并结合概率积分法建立了地表移动过程的计算方法; 郭博婷等<sup>[7]</sup>结合山区滑移影响函数, 提出了基于 Knothe 模型的山区开采地表动态下沉预测方法; 廉旭刚等<sup>[8]</sup>提出了通过倾向微元化达到顾及主要影响半径随采深变化的方法, 使得缓倾斜煤层使用 Knothe 模型得以实现; 李春意等<sup>[9]</sup>基于概率积分法与正态分布时间函数构建了能够进行任意点任意时刻地表动态沉陷预测的函数模型, 计算过程比较繁琐。

动态预计常用的时间函数包括: Knothe 时间函数<sup>[10]</sup>、Logistic 函数<sup>[11]</sup>、Gompertz 函数<sup>[12]</sup>、双曲函数<sup>[13]</sup>、正态分布函数<sup>[14]</sup>。我国常用的函数为 Knothe 函数及改进函数, 由于 Knothe 函数不符合地表“开始移动—剧烈移动—移动逐渐停止”的全过程<sup>[15]</sup>, 后来 SROKA<sup>[16]</sup>在对比分析采出矿体体积与地表沉陷体积关系的基础上提出了 Sroka-Schober 时间函数, 也称为双参数时间函数; KOWALSKI<sup>[17]</sup>针对 Knothe 时间函数和 Sroka-Schober 双参数时间函数的不足提出了改进的时间函数—广义时间函数; 刘玉成等<sup>[18]</sup>提出了幂指数 Knothe 时间函数, 定义了岩性参数, 并证明了该时间函数符合地表下沉的动态过程, 但参数确定复杂实际难以应用; 常占强等<sup>[19]</sup>提出了分段

Knothe 时间函数, 张兵等<sup>[15]</sup>以分段 Knothe 时间函数为基础进行了改进, 提高了预计精度, 分段 Knothe 时间函数下沉加速度为  $0 \rightarrow +a_{\max}, -a_{\max} \rightarrow 0$ , 与地表移动过程不符。GONZALEZ 等<sup>[20]</sup>将正态分布时间函数应用到阿斯图里亚斯煤矿区的地表动态下沉预测, 然后和 Knothe 时间函数以及双曲时间函数的预测结果进行对比分析, 说明了该时间函数具有更高的精度。正态分布时间函数具有较好的时空完备性与连续性, 与地表移动过程一致, 其下沉速度满足  $0 \rightarrow V_{\max} \rightarrow 0$ , 下沉加速度满足  $0 \rightarrow +a_{\max} \rightarrow 0 \rightarrow -a_{\max} \rightarrow 0$ , 能更好的满足动态预计的要求<sup>[15]</sup>, 因此本文动态预计选择使用正态分布时间函数。同时针对盆地沉陷动态变化规律, 笔者通过引入超前影响距(工作面前方开始移动的点到工作面的水平距离)  $L_1$  及最大下沉速度滞后距(地表达到或接近充分采动时, 地表最大下沉速度点距工作面的水平距离)  $L_2$ , 将其与形态参数  $c$  结合构建时间函数模型, 模型参数意义明确且易求得, 在获得静态下沉值的条件下可以获取动态下沉值, 最后用地表实测数据进行验证, 证明该时间函数模型在矿区进行动态预计的可行性。

## 1 正态时间函数模型的建立

### 1.1 正态分布时间函数

张兵<sup>[15]</sup>、张凯<sup>[14]</sup>等在文献中给出的正态分布时间函数  $F(t)$  表达式为

$$F(t) = \frac{2c}{t_c \sqrt{2\pi}} \int_{t_p}^t \exp \left[ -\frac{2c^2 \left( t - t_p - \frac{1}{2} t_c \right)^2}{t_c^2} \right] dt \quad (1)$$

式中,  $t_p$  为工作面开始推进至地表出现移动变形时间;  $t_c$  为地表移动持续时间;  $c$  为下沉曲线形态参数, 与地质采矿条件有关;  $F(t)$  的取值为  $[0, 1]$ 。

式(1)可化简得

$$F(t) = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erf} \left[ \frac{\sqrt{2}c}{t_c} \left( t - t_p - \frac{1}{2}t_c \right) \right] - \operatorname{erf} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}c \right) \right\} \quad (2)$$

式中,  $\operatorname{erf}$  为误差函数。

正态分布时间函数的积分区间为  $(t_p, t)$ , 并不是  $(-\infty, +\infty)$ , 因此  $c$  取值越大, 函数终值就会越趋近于 1, 且只有  $c > 2$  时才能满足预计精度要求。张凯等<sup>[14]</sup> 在分析误差来源后对原正态分布时间函数进行了优化, 消除了函数在关键节点处的误差。模型在  $t = t_p$  时,  $F(t) = 0$ ; 在  $t = \mu$  时,  $F(t) = 0.5$ ; 在  $t = t_p + t_c$  时,  $F(t) = 1$ 。同时拓展了  $c$  的取值范围, 使其不必再局限于大于 2, 优化后的模型表达式为

$$F(t) = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erf} \left[ \frac{\sqrt{2}c}{t_c} \left( t - t_p - \frac{1}{2}t_c \right) \right] + 1 \right\} - \frac{t_c + 2t_p - 2t}{2t_c} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}c \right) \right] \quad (3)$$

式中,  $t$  的取值范围为  $[t_p, t_p + t_c]$ 。

文中  $t$  的取值范围不局限于  $[t_p, t_p + t_c]$ , 为防止模型公式计算出现过度修正的情况, 则修正时间函数应为

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t \leq t_p \\ A - \frac{t_c + 2t_p - 2t}{t_c} E, & t_p \leq t \leq t_p + t_c \\ 1, & t \geq t_p + t_c \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $A = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erf} \left[ \frac{\sqrt{2}c}{t_c} \left( t - t_p - \frac{1}{2}t_c \right) \right] + 1 \right\}$ ,  $E = \frac{1}{2} \times \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}c \right) \right]$ 。

假设  $t_p = 100$ ,  $t_c = 200$ ,  $c = 2$ ,  $\mu$  为地表出现最大下沉速度时刻, 时间函数如图 1 所示。

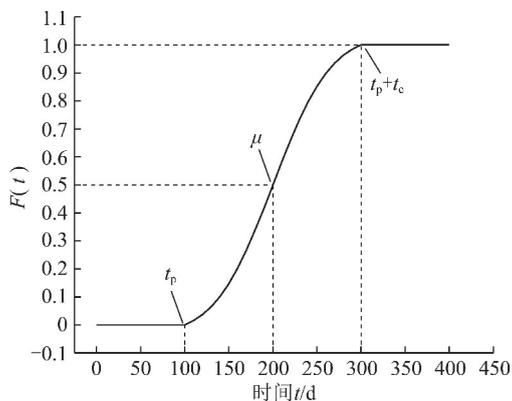


图 1 正态时间函数

Fig. 1 Normal time function

## 1.2 与位置有关的正态时间函数模型构建

以开切眼向上延伸与地表交点作为地面坐标系的原点,  $x$  轴正方向与开采方向平行, 假设地面点位于  $x$  处, 则  $x$  表示距离开切眼距离, 引入超前影响距  $L_1$ , 最大下沉速度滞后距  $L_2$ , 开采速度  $V_T$ , 当工作面推进至位置 1 处时,  $x$  处地面点开始受到影响; 当工作面推进至位置 2 处时,  $x$  处地面点下沉速度达到最大, 则建立的模型如图 2 所示。

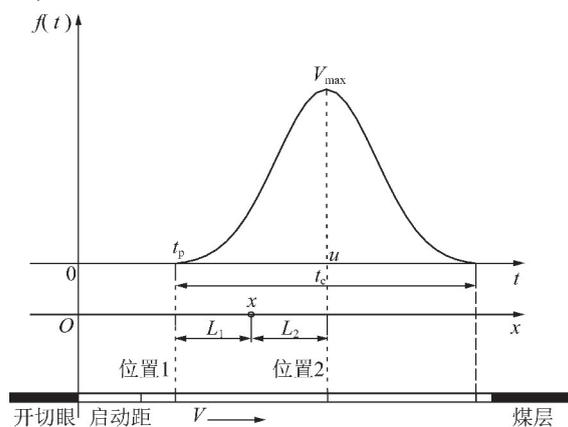


图 2 时间函数模型

Fig. 2 Time function model

由函数模型图 2 可知

$$t_p = \frac{x - L_1}{V_T} \quad (5)$$

$$t_c = \frac{2(L_1 + L_2)}{V_T} \quad (6)$$

将式(5)、(6)代入式(1)可得

$$F(t) = \frac{cV_T}{\sqrt{2\pi}(L_1 + L_2)} \times \int_{t_p}^t \exp \left[ -\frac{c(tV_T - x - L_2)}{\sqrt{2}(L_1 + L_2)} \right]^2 dt \quad (7)$$

将式(5)、(6)代入式(4)得完整时间函数为

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t < t_p \\ B - \frac{x + L_2 - tV_T}{L_1 + L_2} E, & t_p \leq t \leq t_p + t_c \\ 1, & t > t_p + t_c \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $B = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erf} \left[ \frac{c(tV_T - x - L_2)}{\sqrt{2}(L_1 + L_2)} \right] + 1 \right\}$ ,  $E = \frac{1}{2} \times \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2}c \right) \right]$ 。

将静态下沉值  $W$  与  $F(t)$  相乘便可得到动态下沉值。假设启动距为  $L_0$ , 超前影响距为  $L_1$ , 最大下沉速度滞后距为  $L_2$ , 充分采动距为  $L_3$ , 工作面走向长度为  $L$ , 则此模型的适用范围为  $L_0 + L_1 \leq x \leq L - L_2$ , 其他

范围预计有待继续探究。

## 2 形态系数 $c$ 的规律探究

选取山西某矿 8308 工作面为实验对象,工作面走向长 804 m,倾向长 131 m,平均采深 318 m,采厚 4.4 m,煤层平均倾角  $3^\circ$ 。直接顶为灰白、黄褐色中粗砂岩,底板为薄层炭质泥岩,地表为黄土沟谷及山梁。工作面采用长壁后退式一次采全高,顶板管理为自动垮落及强制放顶,平均开采速度 4.2 m/d。

工作面布设了 3 条观测线,走向观测线 1 条(A 线)和倾向观测线 2 条(B 线和 C 线)。走向 A 线共布设监测点 50 个,倾向 B 线和 C 线各 25 个,观测站间距为 25 m。自 2017-11-04—2019-03-17,共进行 20 次地表移动变形观测,观测质量较好。通过对观测数据的处理,获得了地表移动变形参数,包括启动距、超前影响距、最大下沉速度滞后距、走向拐点偏移距等。

### 2.1 $c$ 值求解过程及结果

8308 工作面走向观测线 A 线共布设 50 个监测点,但由于各种外界因素导致最终只有 37 个监测点具有完整数据,通过对这些保存完好监测点的数据进行处理,获得形态系数  $c$  的变化规律。数据处理过程如下:

(1) 首先获取各点各期下沉值,然后将各期下沉值与最终下沉值作比,获得各期占最终下沉值的百分比。

(2) 处理实测数据求得所需距离数值:启动距  $L_0=80$  m,超前影响距  $L_1=193$  m,最大下沉速度滞后距  $L_2=132.5$  m,充分采动距  $L_3=223$  m,工作面走向长度  $L=804$  m,开采速度  $V_T=4.2$  m/d。

(3) 统计各点距离开切眼的距离  $x$ ,根据式(5),(6)计算各点的初始移动时间  $t_p$  和移动持续时间  $t_c$ 。

(4) 将各点的初始移动时间  $t_p$  和移动持续时间  $t_c$  代入式(8)中,统计各期各点在  $c$  取不同值时的函数值,将其与实测各期下沉百分比作差,通过最小二乘法反演最优  $c$  值解,使得函数值与实测百分比最接近。

通过最小二乘拟合得到了  $c$  值变化规律: $c$  在模型范围内为分段函数,其分界点是  $L_3+L_1$ ,在  $L_0+L_1$  和  $L_3+L_1$  之间, $c$  值为减函数;在  $L_3+L_1$  和  $L-L_2$  之间, $c$  值基本稳定。

考虑到实际外界因素干扰会使  $c$  值产生波动,通过观察  $c$  值变化规律,将其抽象为函数:

$$c = \begin{cases} a - k(x - L_0 - L_1), & L_0 + L_1 \leq x \leq L_3 + L_1 \\ b, & L_3 + L_1 \leq x < L - L_2 \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $-k=4 \times 10^{-3}$ ,  $a=2.1$ ,  $b=1.4$ ,  $x$  为距开切眼距离。 $c$  值随  $x$  的变化情况如图 3 所示。

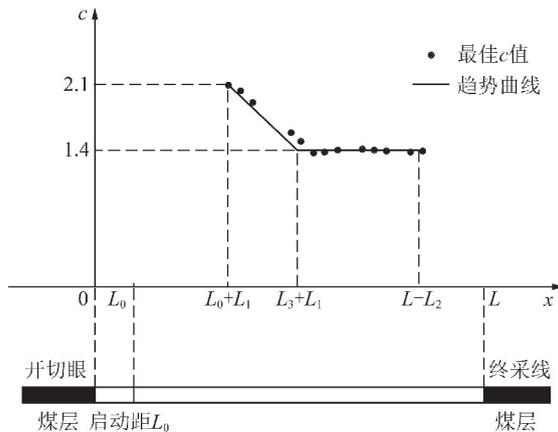


图 3 参数  $c$  随位置变化情况

Fig. 3 Variation of parameter  $c$  with position

### 2.2 精度评定

精度评定采用两个指标来衡量:相对中误差  $f$  和绝对中误差  $m$ 。

$$f = \sqrt{\frac{[dd]}{n-1}} \quad (10)$$

$$m = W_0 f \quad (11)$$

式中, $d$  为函数值与各期实测下沉值占比的差值; $n$  为观测期数; $W_0$  为该点静态下沉值。

通过对走向 A 线 37 个监测点的数据处理及拟合可以发现:该模型预测值与实测值占比相对中误差处于 5%~9%;采厚为 4 400 mm,实测下沉最大值 1 071 mm,而预测绝对中误差最大为 80 mm,因此能够满足预测精度的要求。

各点位的相对中误差百分比变化情况如图 4 所示。

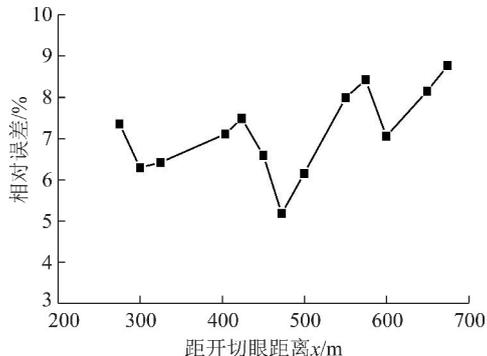


图 4 A 线的相对中误差变化趋势

Fig. 4 Variation trend of mean square error of line A

以  $A_{28}$  点为例,其预测值与实测百分比对比如表 1,图 5 所示。

表1  $A_{28}$  预测值与实测值对比结果  
Table 1 Comparison of  $A_{28}$  predicted and measured value

观测日期	相对时间 $t/d$	预测值	实测下沉占比	相对误差/%	其余参数
2017-11-11	16	0	0.019	-1.896	$t_p = 65$ d
2017-12-05	40	0	0.032	-3.223	
2017-12-27	62	0	0.030	-3.033	
2018-01-19	85	0.090	0.080	1.055	相对中误差 $f = 5.181$ mm
2018-02-08	105	0.211	0.248	-3.754	
2018-03-13	138	0.463	0.566	-10.282	下沉最大值 = 1 055 mm
2018-03-31	156	0.610	0.635	-2.508	绝对中误差 $m = 54.655$ mm
2018-04-28	184	0.816	0.827	-1.083	
2018-05-31	217	0.988	0.888	10.019	
2018-06-26	243	1.000	0.917	8.341	
2018-07-28	275	1.000	0.935	6.540	
2018-08-22	300	1.000	0.936	6.445	
2018-09-20	329	1.000	0.938	6.161	
2018-10-18	358	1.000	0.940	5.972	
2018-11-18	388	1.000	0.989	1.137	
2018-12-22	423	1.000	0.987	1.327	
2019-01-15	447	1.000	0.993	0.664	
2019-02-16	479	1.000	0.996	0.379	
2019-03-17	508	1.000	1.000	0	

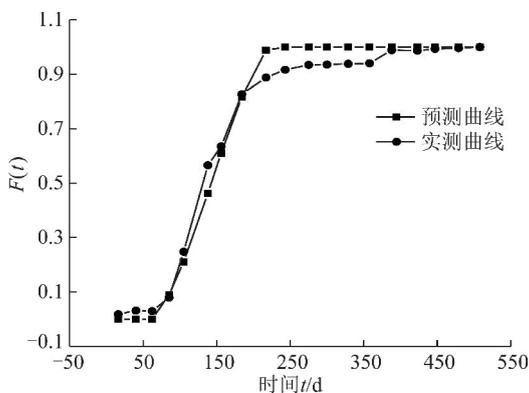


图5  $A_{28}$  预测曲线与实测曲线对比

Fig. 5 Comparison of  $A_{28}$  predicted curves and measured curve

实验结果表明:在模型范围内, $c$  随工作面走向呈一定规律变化,为排除偶然性,需实例验证。

### 3 实例验证

为验证模型可行性,选取了观测质量较好的山西另一矿区 5-106 工作面走向 A 线进行数据处理。5-106 工作面走向长 583 m,倾向长 180 m,平均采深 101 m,平均采厚 4.85 m,最大采厚 6.9 m,煤层平均倾角  $7^\circ$ 。直接顶为黑色炭质泥岩,底板为灰黑色泥岩,地面以黄土梁垣山岭地形为主。工作面采煤方法为走向长壁采煤法,综采一次采全高开采,平均开采速度 2.2 m/d。

工作面布设了 3 条观测线,走向观测 A 线(半长)共布设监测点 20 个,观测点间距为 15 m。2018-04-17—2019-04-26 共进行 9 次地表移动变形观测,取得了较好的观测成果。图 6 为观测站点位布置情况。

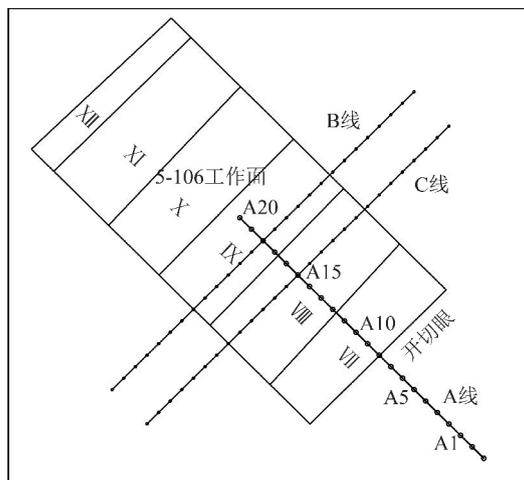
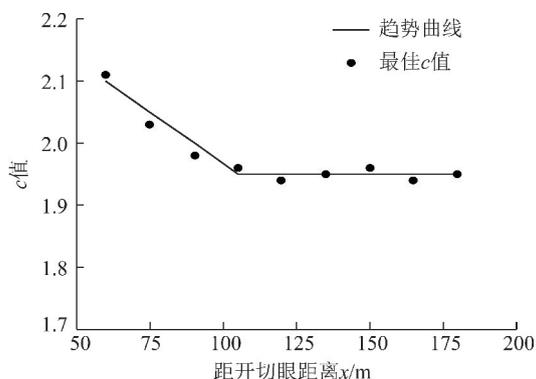


图6 观测站点位分布

Fig. 6 Point distribution of observation station

经过数据处理得到了模型所需参数值:启动距  $L_0 = 25$  m,超前影响距  $L_1 = 36.3$  m,最大下沉速度滞后距  $L_2 = 18.7$  m,充分采动距  $L_3 = 70.7$  m,工作面走向长度  $L = 583$  m,开采速度  $V_T = 2.2$  m/d。将参数代入模型中进行最小二乘拟合,得到  $c$  的变化规律如图 7 所示。

图 7  $c$  随位置  $x$  变化规律Fig. 7 Variation of  $c$  with position  $x$ 

$c$  的边界点 1 是  $L_0+L_1=61.3$  m, 实际拟合在  $A_{12}$  点距开切眼 59.9 m 处, 分界点是  $L_3+L_1=107$  m, 实际拟合在  $A_{15}$  点距开切眼 105 m 处, 边界点 2 是  $L-L_2=564.3$  m, 由于布设半条走向观测线, 因此实测点未到达边界点 2 处。在边界点 1 和分界点之间,  $c$  为减函数, 抽象为函数后  $k=3.3\times 10^{-3}$ ; 在分界点和边界点 2 之间, 形态参数为定值 ( $b=1.95$ ), 因此实测情况符合参数变化规律。

经比较发现, 相对中误差保持在 1%~5%。走向最大下沉值为 5 365 mm ( $A_{12}$  点), 最大绝对中误差为 236 mm ( $A_{12}$  点), 能够满足实际需要。图 8 为各点位的相对中误差百分比结果。

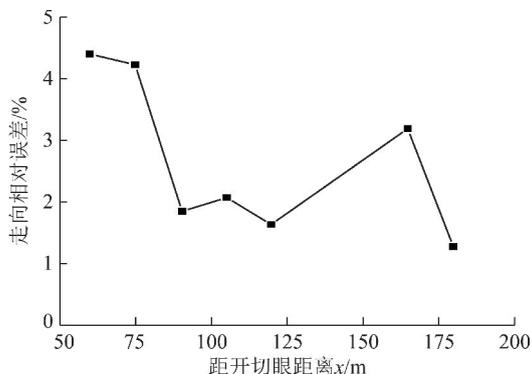


图 8 走向线点位相对中误差

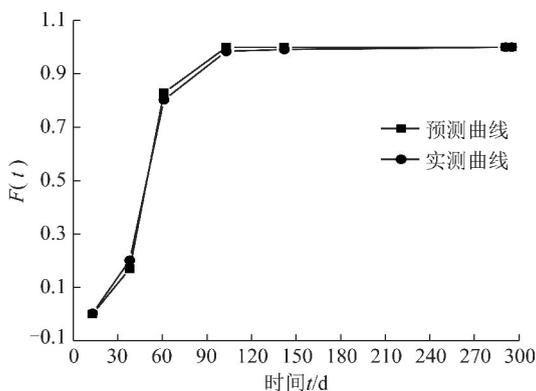
Fig. 8 Mean square error of strike-line point

可发现处于工作面中部点预测精度高, 盆地边缘实测数据易受影响, 模型预测精度会下降。

以  $A_{14}$  点为例, 可得其预测值与实测百分比对比表和对比图见表 2 及图 9。

表 2  $A_{14}$  预测值与实测值对比结果Table 2 Comparison of  $A_{14}$  predicted and measured value

观测日期	相对时间 $t/d$	预测值	实测下沉占比	相对误差/%	其余参数
2018-07-18	13	0	0	0	$t_p=25$ d
2018-08-12	38	0.169	0.201	3.209	$t_c=50$ d
2018-09-04	61	0.829	0.802	2.620	$c=1.98$
2018-10-16	103	1.000	0.984	1.578	相对中误差 $f=1.848$ mm
2018-11-24	142	1.000	0.991	0.872	下沉最大值 $=4\ 815$ mm
2019-04-22	291	1.000	1.000	0	绝对中误差 $m=88.972$ mm
2019-04-26	295	1.000	1.000	0	

图 9  $A_{14}$  预测曲线与实测曲线对比Fig. 9 Comparison of  $A_{14}$  predicted curve and measured curves

## 4 结 论

(1) 以改进的正态时间函数为原型, 通过引入超

前影响距  $L_1$  和最大下沉速度滞后距  $L_2$ , 建立了与位置  $x$  有关的时间函数模型, 并给出了初始移动时间  $t_p$  和移动持续时间  $t_c$  的计算公式, 此模型的适用范围为  $L_0+L_1 \leq x \leq L-L_2$ , 其中,  $L_0$  表示启动距;  $L$  表示工作面走向长度;  $L_3$  表示充分采动距。

(2) 运用最小二乘拟合反演形态参数  $c$  的变化规律, 结果表明: 在模型范围内  $c$  可分为两部分, 分界点是  $L_3+L_1$ ; 在  $L_0+L_1$  和  $L_3+L_1$  之间,  $c$  为减函数; 在  $L_3+L_1$  和  $L-L_2$  之间,  $c$  为稳定值。

(3) 经过精度评定发现: 8308 工作面观测点预测相对中误差保持在 5%~9%, 在较软弱地质条件下的另一工作面, 预测相对中误差保持在 1%~5%, 并且处于工作面中部的点预测精度高, 边缘地区点易受其他因素影响精度会下降, 但相对中误差保持在合理范围内。与传统的 Knothe 时间函数、双参数 Knothe 时

间函数、Logistic 函数相比,单点精度优于或等于它们,且正态时间函数模型整体精度稳定,精度能够满足实际预测需要。

## 参考文献(References):

- [1] 郝延锦,吴立新,戴华阳.用弹性板理论建立地表沉降预计模型[J].岩石力学与工程学报,2006,25(S1):2958-2962.  
HAO Yanjin, WU Lixin, DAI Huayang. Establishing a ground settlement prediction model with elastic slab theory[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(S1): 2958-2962.
- [2] 吴侃,葛家新,王玲丁,等.开采沉降预计一体化方法[M].徐州:中国矿业大学出版社,1998.
- [3] 黄乐亭,王金庄.地表动态沉降变形的3个阶段与变形速度的研究[J].煤炭学报,2006,31(4):420-424.  
HUANG Leting, WANG Jinzhuang. Study on the three stages and deformation velocity of dynamic surface subsidence deformation[J]. Journal of China Coal Society, 2006, 31(4): 420-424.
- [4] 李德海.覆岩岩性对地表移动过程时间影响参数的影响[J].岩石力学与工程学报,2004,23(22):3780-3784.  
LI Dehai. Influence of cover rock characteristics on time influencing parameters in process of surface movement[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(22): 3780-3784.
- [5] 王军保,刘新荣,刘小军.开采沉降动态预测模型[J].煤炭学报,2015,40(3):516-521.  
WANG Junbao, LIU Xinrong, LIU Xiaojun. Dynamic prediction model for mining subsidence[J]. Journal of China Coal Society, 2015, 40(3): 516-521.
- [6] 崔希民,缪协兴,赵英利,等.论地表移动过程的时间函数[J].煤炭学报,1999,24(5):453-455.  
CUI Ximin, MIAO Xiexing, ZHAO Yingli, et al. Discussion on the time function of time dependent surface movement[J]. Journal of China Coal Society, 1999, 24(5): 453-455.
- [7] 郭博婷,胡海峰,廉旭刚.基于Knothe模型的山区开采地表动态下沉预计方法[J].煤矿安全,2016,47(3):190-193.  
GUO Boting, HU Haifeng, LIAN Xugang. Prediction method of surface subsidence in mountain area based on Knothe Model[J]. Safety in Coal Mines, 2016, 47(3): 190-193.
- [8] 廉旭刚,戴华阳,胡海峰.煤矿开采动态地表下沉预计算法[J].辽宁工程技术大学学报(自然科学版),2016,35(10):1032-1036.  
LIAN Xugang, DAI Huayang, HU Haifeng. Prediction algorithm of dynamic surface subsidence induced by underground coal mine[J]. Journal of Liaoning Technical University (Natural Science), 2016, 35(10): 1032-1036.
- [9] 李春意,高永格,崔希民.基于正态分布时间函数地表动态沉降预测研究[J].岩土力学,2016,37(S1):108-116.  
LI Chunyi, GAO Yongge, CUI Ximin. Progressive subsidence prediction of ground surface based on the normal distribution time function[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(S1): 108-116.
- [10] KNOTHE S. Time influence on a formation of a subsidence surface [J]. Archiwum G6mictwai Hutnictwa, Krak6w, 1952, 1(1): 1.
- [11] 徐洪钟,李雪红.基于Logistic增长模型的地表下沉时间函数[J].岩土力学,2005,26(S):151-153.  
XU Hongzhong, LI Xuehong. Time function of surface subsidence based on Logistic growth model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(S): 151-153.
- [12] 王开拓,辛全才,蔡生如,等.Gompertz模型在大坝沉降安全监测中的应用[J].水力发电,2017,43(12):97-100.  
WANG Kaituo, XIN Quancai, CAI Shengru, et al. Application of gompertz model in dam settlement monitoring[J]. Water Power, 2017, 43(12): 97-100.
- [13] 刘玉成,戴华阳.近水平煤层开采沉降预计的双曲线剖面函数法[J].中国矿业大学学报,2019,48(3):676-681.  
LIU Yucheng, DAI Huayang. Hyperbolic function model of predicting the main section surface deformation curve due to approximate horizontal coal seam underground longwall mining[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2019, 48(3): 676-681.
- [14] 张凯,胡海峰,廉旭刚,等.地表动态沉降预测正态时间函数模型优化研究[J].煤炭科学技术,2019,47(9):235-240.  
ZHANG Kai, HU Haifeng, LIAN Xugang, et al. Optimization of surface dynamic subsidence prediction normal time function model[J]. Coal Science and Technology, 2019, 47(9): 235-240.
- [15] 张兵,崔希民,胡青峰.开采沉降动态预计的正态分布时间函数模型研究[J].煤炭科学技术,2016,44(4):140-145,174.  
ZHANG Bing, CUI Ximin, HU Qingfeng. Study on normal distributed time function model to dynamically predict mining subsidence[J]. Coal Science and Technology, 2016, 44(4): 140-145, 174.
- [16] JAROSZ A, KARMIS M, SROKA A. Subsidence development with time-experiences from longwall operations in the Appalachian coalfield[J]. International Journal of Mining and Geological Engineering, 1990, 8(3): 261-273.
- [17] KOWALAKI A. Surface subsidence and rate of its increments based on measurements and theory[J]. Archives of Mining Science, 2001, 46(4): 391-406.
- [18] 刘玉成,曹树刚,刘延保.改进的Konthe地表沉降时间函数模型[J].测绘科学,2009,34(5):16-17,31.  
LIU Yucheng, CAO Shugang, LIU Yanbao. Improved Konthe surface subsidence time function model[J]. Science of surveying and mapping, 2009, 34(5): 16-17, 31.
- [19] 常占强,王金庄.关于地表点下沉时间函数的研究-改进的克诺特时间函数[J].岩石力学与工程学报,2003,22(9):1496-1499.  
CHANG Zhanqiang, WANG Jinzhuang. Study on time function of surface subsidence-the improved Knothe time function[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(9): 1496-1499.
- [20] GONZALEZ-NICIEZA C, ALVAREZ-FERNANDEZ M I, MENENDEZ-DIAZ A, et al. The influence of time on subsidence in the Central Asturian Coalfield[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2007, 66(3): 319-329.