

# 岩石非线性拉、压蠕变模型及其参数识别

薛凯喜<sup>1,2</sup>, 赵宝云<sup>1</sup>, 刘东燕<sup>1</sup>, 胡艳香<sup>2</sup>

(1. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400005; 2. 东华理工大学 建筑工程学院, 江西 南昌 330013)

**摘 要:**基于岩石单轴拉、压作用下加速蠕变曲线的幂函数拟合分析, 推导了二元件黏塑性蠕变模型中黏性元件的非线性表达式, 并将建立的非线性黏塑性模型与 Burgers 蠕变模型串联建立一个新的非线性黏弹塑性拉、压蠕变模型。分析显示该模型能够描述岩石在直接拉伸、压缩作用下的衰减蠕变、稳态蠕变和加速蠕变 3 个阶段。结合对重庆红砂岩单轴直接拉伸与单轴压缩蠕变试验结果, 通过 Matlab 编写 Quasi-Newton 优化算法(BFGS)实现了岩石非线性黏弹塑性拉、压蠕变模型的参数辨识, 辨识参数相关性系数平方  $R^2$  均在 96% 以上。将模型与修正西原模型比较发现非线性黏弹塑性拉、压蠕变模型线性吻合程度均高于修正西原模型, 表现出拉、压蠕变特性的适用性, 从而进一步验证了模型描述岩石拉伸以及压缩蠕变特性的正确性。

**关键词:**蠕变; 直接拉伸; 蠕变模型

**中图分类号:**TD315.1 **文献标志码:**A

## Nonlinear creep model of rock in tensile or compressive stress and its parameter identification

XUE Kai-xi<sup>1,2</sup>, ZHAO Bao-yun<sup>1</sup>, LIU Dong-yan<sup>1</sup>, HU Yan-xiang<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400005, China; 2. College of Architecture Engineering, East China Institute of Technology, Nanchang 330013, China)

**Abstract:** Based on the power function fitting analysis of acceleration creep curves of rocks in tensile and compressive stress, a nonlinear expression of viscous components in the visco-plastic creep model was derived, which then incorporated with the Burgers creep model to achieve the building of a new nonlinear creep model. This new model can well describe the decay, steady-state and acceleration creep stages of rocks in tensile or compressive stress. Combined with creep test results of red sandstones in Chongqing under uniaxial direct tension and uniaxial compression, compiled the Quasi-Newton algorithm(BFGS) by Matlab program, which helps to identify the parameters of creep model of rocks in tension and compression. The results indicate that squared value of identification parameters correlation coefficient  $R^2$ , is more than 96%; and the new nonlinear creep model does better in fitting creep curves of rocks in tension and compression than the modified Nishihara model as well as in applicability to the tensile and compressive features of rocks, thus further verifying this model's validity in describing the rock creep deformation in tension and compression.

**Key words:** creep; direct tension; creep model

岩石的蠕变是指岩石在恒定应力条件下其应变随着时间增长的力学现象, 许多工程实践与研究都表明岩体失稳破坏与时间有着密切的关系<sup>[1]</sup>。岩石蠕变模型作为岩石流变力学理论研究中极为重要的组成部分, 其正确性对准确反映和预测岩石的蠕变过程

非常重要。然而, 由于试验条件和设备的不完善等影响因素, 岩石蠕变模型理论的发展并不是很成熟, 一方面, 岩体开挖后涉及到的多数是压应力状态, 这使得目前绝大多数蠕变模型是建立在岩石受压的基础上; 另一方面, 传统的岩石蠕变模型如 Kelvin 模型、

西原模型以及 Burgers 模型等均不能反映岩石的非线性蠕变特征。岩石的抗拉强度仅为其抗压强度的 1/6 ~ 1/32<sup>[2]</sup>。在岩土工程中, 如果存在受拉区域, 则其稳定性就可能受拉伸区的控制, 拉应力作用下的变形特性在边坡和地下工程等岩土工程稳定性评价中同样占有非常重要的地位。因而, 研究一种适合岩石拉、压应力作用下的蠕变模型对于岩土工程实际具有重要的理论和现实意义。

岩石室内蠕变试验操作简便, 试验环境容易控制, 因而是了解岩石蠕变特性的主要方法之一<sup>[3]</sup>。长期以来, 国内外学者根据室内岩石蠕变试验资料, 选择适当的蠕变模型, 并确定相应的流变参数, 已经取得了一些成果<sup>[4-7]</sup>。当前, 在已有的模型中引入非线性元件已逐渐成为岩石流变力学理论研究的重点与热点。如徐卫亚等<sup>[8]</sup>将岩石非线性黏塑性体与五元黏弹性模型串联建立了岩石七元非线性黏弹塑性流变模型; 袁海平等<sup>[9]</sup>基于 Mohr-Coulomb 准则提出改进的 Burgers 蠕变模型; 曹树刚等<sup>[10]</sup>提出了修正西原正夫模型的非线性蠕变模型等。然而, 以上非线性蠕变模型在蠕变参数确定或者对特定岩石的应用方面仍有待得到进一步的研究。

本文在分析已有研究成果<sup>[8, 11-12]</sup>的基础上, 依据试验数据, 采用经验公式推导了二元非线性黏塑性蠕变模型的本构方程, 并将该模型与 Burgers 蠕变模型串联组成一种新的适合岩石拉、压特性的非线性黏弹塑性蠕变模型。基于 Quasi-Newton 非线性优化算法(BFGS)的 Matlab 编程实现了模型参数的识别, 并将该模型与文献[10]提出的修正西原模型进行拟合对比, 验证了模型的正确性。

### 1 数据来源

为研究岩石蠕变特性, 笔者以重庆市典型的红砂岩为研究对象, 应用自行设计的试验装置和 RLW-2000M 岩石蠕变试验机分别进行单轴直接拉伸试验与单轴压缩蠕变试验, 取得了较好的试验效果, 本文所有数据均来自该试验。有关试验设备的制作、试验方法的制定和数据的采集方法, 笔者已在文献[3]中做过详尽说明, 在此不再赘述。

### 2 非线性黏弹塑性蠕变模型

#### 2.1 非线性黏塑性模型

用非线性元件代替蠕变模型中的线性元件是建立岩石的非线性蠕变模型的一种较为理想的方案之一<sup>[13]</sup>, 如将  $\eta$  值视为非定常的变数值。为充分反映岩石的加速蠕变特征, 本文基于试验曲线, 采用经验

公式拟合、类比的方法对二元黏塑性模型中的黏性系数  $\eta$  进行如下非线性处理:

首先, 采用幂函数对红砂岩在拉伸以及压缩作用下的加速蠕变曲线进行拟合, 其表达式为

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + At^n \quad (1)$$

式中,  $\varepsilon_0$  为加速蠕变之前的应变值;  $A$  为拟合参数, 其代表应力历时状态;  $t$  为蠕变时间;  $n$  为加速蠕变参数。

图 1、2 分别为应用式(1)得到的岩石在单轴拉、压应力状态下的加速蠕变试验曲线与理论曲线的对比, 表 1 为拟合参数及拟合相关系数列表。

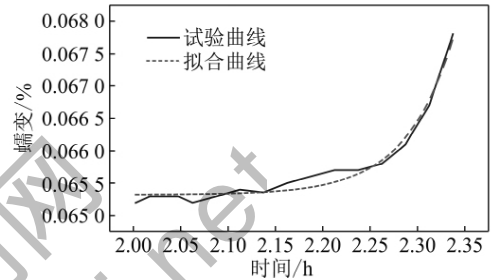


图 1 1.26 MPa 拉伸加速蠕变曲线与理论曲线的对比

Fig. 1 Comparison between theoretical curve and accelerate creep curve in 1.26 MPa tension stress

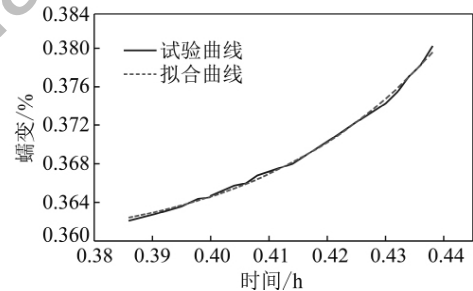


图 2 50.45 MPa 压缩加速蠕变曲线与理论曲线

Fig. 2 Comparison between theoretical curve and accelerate creep curve under compressive stress of 50.45 MPa

表 1 加速蠕变拟合参数

Table 1 Parameters identification of accelerate creep

应力状态	$\varepsilon_0$	$A$	$n$	$R^2$
1.26 MPa 拉伸	0.065	$1.85 \times 10^{-20}$	46.412	0.976
50.45 MPa 压缩	0.359	3 061.837	14.435	0.997

从图 1、2 以及表 1 可以看出, 采用幂函数对岩石在拉、压状态下的加速蠕变曲线进行拟合, 其拟合曲线吻合效果很好, 拟合相关系数的平方 ( $R^2$ ) 均在 0.97 以上。可见幂函数可以用来描述岩石在拉、压状态下的加速蠕变情况。

对于二元黏塑性蠕变模型, 当  $\sigma > \sigma_s$  时, 其蠕变方程可表示为

$$\varepsilon = \frac{\sigma - \sigma_s}{\eta} t + \varepsilon_0 \quad (2)$$

对比式(1)与式(2),令两式相等,并取 $(\sigma - \sigma_s)/\eta_0 = A$ ,则可以得到黏性元件 $\eta$ 的非线性表达式

$$\eta(n, t) = \eta_0 \frac{t_0^{n-1}}{t^{n-1}} = \frac{\eta_0}{t^{n-1}} \quad (3)$$

式中 $t_0$ 为单位参考时间; $\eta_0$ 为加速蠕变初始黏性系数; $\sigma_s$ 为岩石的屈服强度。

经过处理后得到的二元件非线性黏塑性模型如图3所示。该模型可以充分反映岩石在不同应力状态下的加速蠕变特征,其相应的蠕变本构方程可表示为

$$\varepsilon(t) = \frac{H(\sigma - \sigma_s)}{\eta(n, t)} t = \frac{H(\sigma - \sigma_s)}{\eta_0} t^n \quad (4)$$

其中 $t_0$ 为单位参考时间,这里设定为1。式中函数 $H$ 的表达式如下:

$$H(\sigma - \sigma_s) = \begin{cases} 0 & (\sigma \leq \sigma_s) \\ \sigma - \sigma_s & (\sigma > \sigma_s) \end{cases} \quad (5)$$

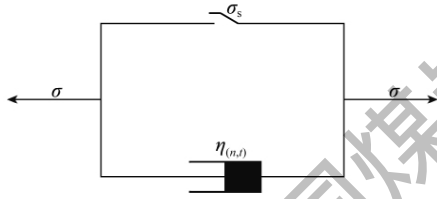


图3 非线性黏塑性模型

Fig. 3 Nonlinear viscoplastic model

### 2.2 非线性黏弹塑性拉、压蠕变模型

岩石的蠕变试验曲线特征为黏弹性时,常用Burgers蠕变模型进行分析<sup>[14-15]</sup>。结合红砂岩拉、压蠕变试验结果,本文将上述非线性黏塑性模型与Burgers蠕变模型进行串联,组成如图4所示岩石非线性黏弹塑性蠕变模型,以描述砂岩拉、压蠕变特性。

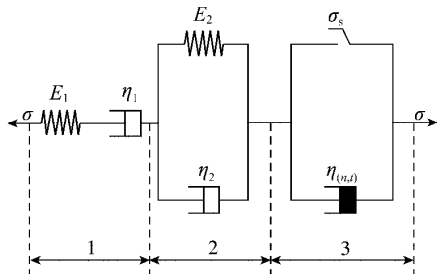


图4 非线性蠕变模型

Fig. 4 Nonlinear creep model

当 $\sigma \leq \sigma_s$ 时,非线性黏滞系数不起作用,模型只有1、2部分参与蠕变,实际上为Burgers模型,其相应

的状态方程为

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_1 = \sigma_2 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \dot{\varepsilon}_1 = \dot{\sigma}_1/E_1 + \sigma_1/\eta_1 \\ \sigma_2 = E_2\varepsilon_2 + \eta_2\dot{\varepsilon}_2 \end{cases} \quad (6)$$

本构方程为

$$\sigma + \left( \frac{\eta_1}{E_1} + \frac{\eta_1 + \eta_2}{E_2} \right) \dot{\sigma} + \frac{\eta_1\eta_2}{E_1E_2} \ddot{\sigma} = \eta_1\dot{\varepsilon} + \frac{\eta_1\eta_2}{E_2} \ddot{\varepsilon} \quad (7)$$

但当 $\sigma > \sigma_s$ 时,图4中1、2和3均参与蠕变,此时蠕变方程为六元件非线性黏弹塑性模型,其相应的状态方程如式(8)所示

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \\ \dot{\varepsilon}_1 = \dot{\sigma}_1/E_1 + \sigma_1/\eta_1 \\ \sigma_2 = E_2\varepsilon_2 + \eta_2\dot{\varepsilon}_2 \\ \sigma_3 = \sigma_s + \eta_0\varepsilon_3/t^n \end{cases} \quad (8)$$

相应的本构方程为

$$\begin{aligned} \eta_1\dot{\varepsilon} + \frac{\eta_1\eta_2}{E_2}\ddot{\varepsilon} = & \sigma + \left( \frac{\eta_1}{E_1} + \frac{\eta_1 + \eta_2}{E_2} + \frac{\eta_1 t^n}{\eta_0} + \right. \\ & \left. \frac{2\eta_1\eta_2 n t^{n-1}}{E_2\eta_0} \right) \dot{\sigma} + \left( \frac{\eta_1\eta_2}{E_1E_2} + \frac{\eta_1\eta_2 t^n}{\eta_0 E_2} \right) \ddot{\sigma} + \\ & \frac{(\sigma - \sigma_s)\eta_1 n t^{n-2}}{\eta_0} \left( t + \eta_2 \frac{n-1}{E_2} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

上面各式中 $\sigma$ 与 $\varepsilon$ 分别为模型的总应力与总应变; $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 和 $\sigma_3$ 分别为图4中1、2和3对应部分的应力; $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$ 和 $\varepsilon_3$ 分别为图4中1、2和3对应部分的应变; $E_1$ 、 $E_2$ 、 $\eta_1$ 、 $\eta_2$ 和 $\eta_0$ 分别为岩石材料的弹性、黏性参数,其中 $\eta_0$ 为图4中对应 $\eta(n, t)$ 的初值; $\sigma_s$ 为岩石在拉伸或压缩状态下的长期强度或者屈服强度。

将式(5)与式(7)进行拉普拉斯变换以及拉普拉斯逆变换,即可得到岩石非线性黏弹塑性模型的蠕变方程为

$$\begin{cases} \varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{\eta_1} t + \frac{\sigma_0}{E_2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_2} t\right) \right] \\ (\sigma \leq \sigma_s) \\ \varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{\eta_1} t + \frac{\sigma_0}{E_2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_2} t\right) \right] + \\ \frac{\sigma_0 - \sigma_s t^n}{\eta_0} \quad (\sigma > \sigma_s) \end{cases} \quad (10)$$

### 2.3 非线性黏弹塑性模型的蠕变特性

式(8)的第2式两边同时对时间 $t$ 进行一次求导与二次求导,可以得到

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{\eta_1} + \frac{\sigma_0}{\eta_2} \exp\left(-\frac{E_2 t}{\eta_2}\right) + \frac{\sigma_0 - \sigma_{\mu}}{\eta_0} n t^{n-1} \quad (11)$$

$$\ddot{\varepsilon} = -\frac{E_2 \sigma_0}{\eta_2^2} \exp\left(-\frac{E_2 t}{\eta_2}\right) + \frac{\sigma_0 - \sigma_{\mu}}{\eta_0} n(n-1) t^{n-2} \quad (12)$$

从式(11)与(12)可以得出:当 $n=1$ 时,有 $\dot{\varepsilon} > 0$ ,  $\ddot{\varepsilon} < 0$ ,这时蠕变模型只能反映岩石蠕变全过程曲线中的瞬时加载应变、衰减蠕变和稳态蠕变阶段,而不能反映岩石的加速蠕变阶段;而当 $n > 1$ 时,应变 $\varepsilon$ 的一阶导数 $\dot{\varepsilon}$ 恒大于0,但应变的二阶导数 $\ddot{\varepsilon}$ 随时间的变化可以小于0、等于0或大于0,正好可以对应岩石蠕变全过程曲线的衰减蠕变、稳态蠕变以及加速蠕变三阶段,且 $n$ 值越大反映的加速蠕变速率越大。

## 3 模型参数识别及其验证

### 3.1 模型参数识别

精确可靠的技术方法对蠕变模型的选择、参数识别,方差 $R^2$ 均趋近于1,说明模型拟合精度比较高。

表2 非线性拉、压蠕变模型参数

Table 2 Parameter identification of nonlinear creep model in tensile and compression

状态	$\sigma$ /MPa	$E_1$ /MPa	$\eta_1$ /(MPa·h)	$E_2$ /MPa	$\eta_2$ /(MPa·h)	$\eta_0$ /(MPa·h)	$n$	$R^2$
拉伸	0.43	4 133.29	947 869.39	24 206.07	28 149.65			0.96
	0.71	5 334.34	393 803.42	9 010.15	1 619.71			0.97
	0.99	4 289.43	404 149.27	9 252.34	350.33			0.97
	1.14	2 914.86	401 173.96	19 322.03	4 147.79			0.99
	1.26	2 248.66	65 030.80	23 813.85	3 415.99	$3.20 \times 10^{12}$	20.87	0.98
压缩	28.03	14 010.79	2 224 603.18	427 286.59	54 239.60			0.97
	33.63	14 276.01	4 472 044.73	479 059.83	118 797.35			0.97
	39.24	14 696.63	1 933 004.93	503 722.72	85 110.73			0.96
	44.84	14 709.84	2 989 333.33	360 450.16	214 119.06			0.99
	50.45	15 479.31	159 208.46	237 739.71	9 200.14	$2.63 \times 10^{-1}$	14.51	0.99

### 3.2 模型验证

为进一步验证提出的非线性拉、压蠕变模型的合理性,采用该模型与文献[4]提出的修正西原模型对岩石拉、压蠕变试验曲线进行了拟合对比,部分对比结果如图5所示。

由图5可以看出:文献[4]提出的改进西原模型对于衰减蠕变历时较长或者加速蠕变速率较慢的蠕变曲线拟合效果相对较好,然而对于衰减蠕变以及加速蠕变历时相对较短的蠕变曲线,其拟合效果并不是非常理想。相对而言,本文提出的非线性黏弹塑性拉、压蠕变模型,其无论从低应力条件(小于岩石屈

服强度)还是高应力条件,试验曲线与该模型理论曲线吻合效果均非常好。结合该模型参数识别相关性系数平方( $R^2$ )均趋近于1,使得模型在岩石拉、压蠕变方面的适用性得到了充分的验证。

红砂岩单轴直接拉伸与单轴压缩蠕变试验分别采用笔者自行设计加工的岩石挂重直接拉伸蠕变装置与RLW-2000M岩石蠕变试验机进行。试验前,首先对该红砂岩的拉、压强度以及屈服强度进行测试,测得该红砂岩平均单轴抗压强度为57.70 MPa,平均单轴抗拉强度为1.75 MPa;红砂岩的屈服强度单轴压缩为48.96 MPa,单轴直接拉伸为1.18 MPa,分别为其强度的84.85%与67.43%。基于BFGS算法对拉伸与压缩作用下的蠕变试验曲线进行非线性黏弹塑性拉、压蠕变模型拟合,得到参数见表2。

从表2中可以看出模型参数识别的相关系数平

方 $R^2$ 均趋近于1,说明模型拟合精度比较高。

任何模型都存在一定的缺陷,笔者在本文中构建的非线性拉压蠕变模型同样存在不足:一方面,因模型中引入了时间 $t$ 的 $n$ 次方,这对于将来运用于数值计算(如FLAC3D的二次开发)相对较难;另一方面,限于数据源自重庆市红砂岩相关试验,因此对于其他岩石的适用性还有待进一步的试验或者工程实例验证。

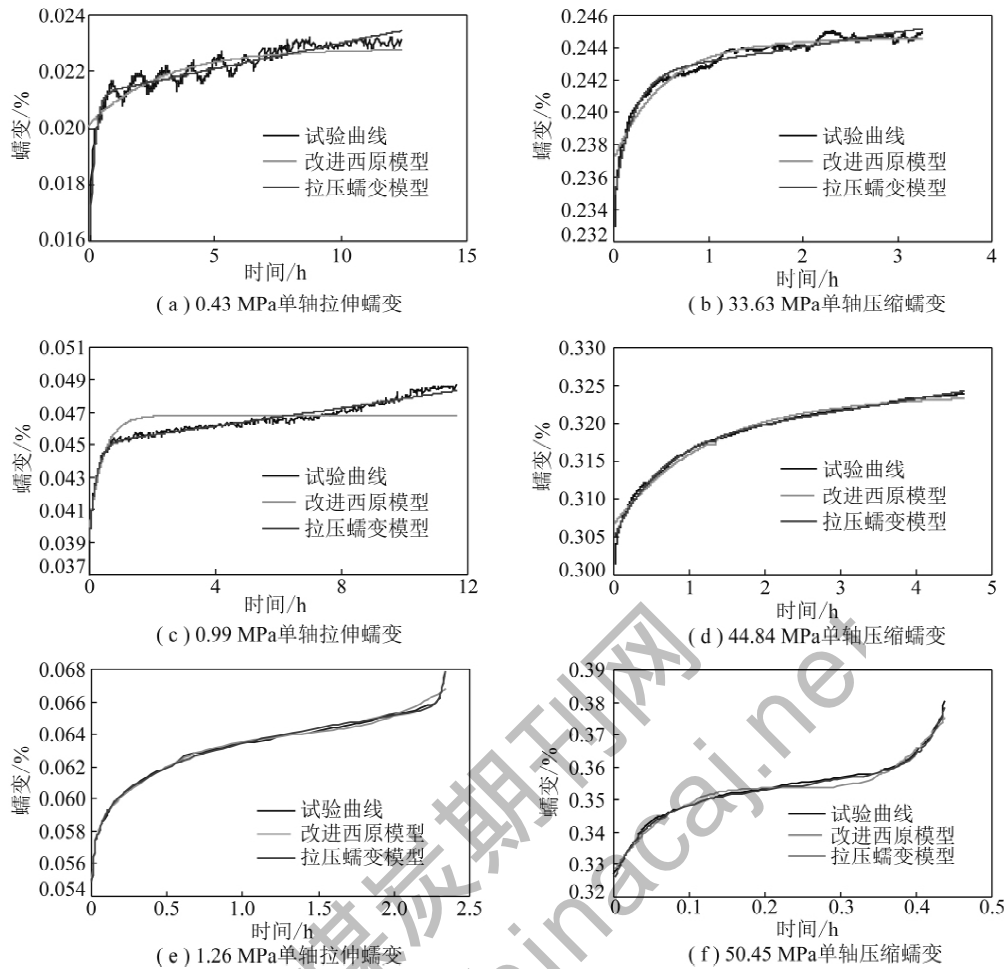


图5 非线性拉压蠕变模型与改进西原模型的对比

Fig. 5 Comparison of nonlinear creep model in tensile or compressive stress with modified Nishihara model

## 4 结 论

(1) 在采用幂函数对红砂岩单轴拉伸与压缩加速蠕变试验曲线进行拟合分析的基础上,对二元件黏塑性模型中的黏性元件进行了非线性改进,并将得到的非线性黏塑性模型与 Burgers 蠕变模型串联,建立一个新的可表示岩石非线性拉、压蠕变特性的黏弹性蠕变模型。

(2) 建立的非线性黏弹性拉、压蠕变模型,可表述岩石在不同应力荷载下的瞬时加载应变、衰减蠕变、稳态蠕变以及加速蠕变等过程。

(3) BFGS 算法可直接对非线性拉、压蠕变模型参数进行拟合,其拟合相关系数平方( $R^2$ )均大于 0.96。通过与修正西原模型对岩石拉、压试验蠕变曲线的拟合进行对比,验证了模型在岩石拉、压蠕变方面的适用性。

### 参考文献:

- [1] 孙 钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.
- [2] 吴德伦, 黄质宏, 赵明阶. 岩石力学[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 2002.  
Wu Delun, Huang Zhihong, Zhao Mingjie. Rock mechanics [M]. Chongqing: Chongqing University Press, 2002.
- [3] 赵宝云, 刘东燕, 朱可善, 等. 重庆红砂岩单轴直接拉伸蠕变特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 30(6): 1 005 - 1 012.  
Zhao Baoyun, Liu Dongyan, Zhu Keshan, et al. Experimental research on the creep characteristics of Chongqing red sandstone under direct tension [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 30(6): 1 005 - 1 012.
- [4] 王永岩, 魏 佳, 齐 筠, 等. 煤炭蠕变破裂判定准则及应用[J]. 煤炭学报, 2005, 30(4): 409 - 414.  
Wang Yongyan, Wei Jia, Qi Jun, et al. Study on prediction for nonlinear creep deformation of deep rocks [J]. Journal of China Coal Society, 2005, 30(4): 409 - 414.
- [5] 王芝银, 艾传志, 唐明明. 不同应力状态下岩石蠕变全过程[J]. 煤炭学报, 2009, 34(2): 169 - 175.  
Wang Zhiyin, Ai Chuanzhi, Tang Mingming. Complete process of rock creep in different stress states [J]. Journal of China Coal Society, 1999.

- ty 2009 34(2): 169-175.
- [6] Ma L, Daemen J J K. An experimental study on creep of welded tuff [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2006 43: 282-291.
- [7] 王来贵, 赵娜, 何峰, 等. 岩石蠕变损伤模型及其稳定性分析[J]. 煤炭学报 2009 34(1): 69-74.  
Wang Laigui, Zhao Na, He Feng, et al. Rock creep damage model and its stability analysis [J]. Journal of China Coal Society 2009 34(1): 69-74.
- [8] 徐卫亚, 杨圣奇, 谢守益, 等. 绿片岩三轴流变力学特性的研究(II): 模型分析[J]. 岩土力学 2005 26(5): 693-698.  
Xu Weiya, Yang Shengqi, Xie Shouyi, et al. Investigation on triaxial rheological mechanical properties of greenschist specimen (II): model analysis [J]. Rock and Soil Mechanics 2005 26(5): 693-698.
- [9] 袁海平, 曹平, 许万忠, 等. 岩体黏弹塑性本构关系及改进 Burgers 蠕变模型[J]. 岩土工程学报 2006 28(6): 796-799.  
Yuan Haiping, Cao Ping, Xu Wanzhong, et al. Visco-elastoplastic constitutive relationship of rock and modified Burgers creep model [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006 28(6): 796-799.
- [10] 曹树刚, 边金, 李鹏. 岩石蠕变本构关系及改进的西原正夫模型[J]. 岩石力学与工程学报 2002 21(5): 632-634.  
Cao Shugang, Bian Jin, Li Peng. Rheologic constitutive relationship of rocks and a modified model [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering 2002 21(5): 632-634.
- [11] 王来贵, 何峰, 刘向峰, 等. 岩石试件非线性蠕变模型及其稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2004 23(10): 1640-1642.  
Wang Laigui, He Feng, Liu Xiangfeng, et al. Nonlinear creep model and stability analysis of rock [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering 2004 23(10): 1640-1642.
- [12] 杨圣奇. 岩石流变力学特性的研究及其工程应用[D]. 南京: 河海大学 2006.  
Yang Shengqi. Mechanical properties of rock rheology and its application [D]. Nanjing: Hohai University 2006.
- [13] 孙钧. 岩石流变力学及其工程应用研究的若干进展[J]. 岩石力学与工程学报 2007 26(6): 1081-1106.  
Sun Jun. Rock rheological mechanics and its advance in engineering applications [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering 2007 26(6): 1081-1106.
- [14] 熊良宵, 杨林德, 张尧. 岩石的非定常 Burgers 模型[J]. 中南大学学报(自然科学版) 2010 41(2): 680-684.  
Xiong Liangxiao, Yang Linde, Zhang Yao. Non-stationary Burgers model for rock [J]. Journal of Central South University (Science and Technology) 2010 41(2): 680-684.
- [15] 王志俭, 殷坤龙, 简文星, 等. 三峡库区万州红层砂岩流变特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报 2008 27(4): 840-847.  
Wang Zhijian, Yin Kunlong, Jian Wenxing, et al. Experimental study on rheological behaviors of Wanzhou red sandstone in Three Gorges reservoir area [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering 2008 27(4): 840-847.
- [16] 李青麒. 软岩蠕变参数的曲线拟合计算方法[J]. 岩石力学与工程学报 1998 17(5): 559-564.  
Li Qingqi. Curve fitting method for creep parameter of soft rock [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1998 17(5): 559-564.
- [17] 余成学, 崔旋. 岩石非线性蠕变模型[J]. 武汉大学学报(工学版) 2009 42(1): 25-28.  
She Chengxue, Cui Xuan. Research on nonlinear creep model of rock [J]. Engineering Journal of Wuhan University 2009 42(1): 25-28.