

基于退化角的岩石峰后应变软化模型

于永江¹, 张春会², 王来贵³

(1. 辽宁工程技术大学 矿业学院, 辽宁 阜新 123000; 2. 河北科技大学 建筑工程学院, 河北 石家庄 050018; 3. 辽宁工程技术大学 力学与工程学院, 辽宁 阜新 123000)

摘 要: 为反映围压对岩石峰后脆性的影响, 提出了描述岩石峰后软化行为的新参数, 即退化角。对山西含碳泥岩三轴试验数据拟合表明, 退化角与围压呈线性关系。推导了岩石峰后软化中等效塑性剪切应变与退化角之间的关系式, 提出了基于退化角的岩石峰后应变软化模型。在 FLAC 环境下, 利用 Fish 函数方法开发了相应的数值计算程序。数值算例研究了山西含碳泥岩在不同围压下的应变软化过程, 模拟结果与试验数据规律基本一致, 表明: 退化角能较好地描述围压对岩石峰后脆性的影响; 建立的峰后应变软化模型合理而可靠, 为岩石峰后软化过程模拟提供了新的思路。

关键词: 退化角; 应变软化; 围压; 峰后残余强度

中图分类号: TD325.1 **文献标志码:** A

Post-peak strain softening model of rock based on degradation angle

YU Yong-jiang¹, ZHANG Chun-hui², WANG Lai-gui³

(1. College of Mine Technology and Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China; 2. School of Civil Engineering, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang 050018, China; 3. The College of Mechanics and Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China)

Abstract: To reflect the effect of confining pressure on the brittleness of the post-peak rock, the degradation angle of post-peak strength of the new parameter was presented. Based on the test data for mudstone of Shanxi in triaxial compression, the linear relationship between the degradation angle and the confining stress was founded. The law between the equivalent plastic shear strain and the degradation angle was presented, and the strain softening model of rock based on the degradation angle was set up. Fish function method within FLAC was used and the numerical code was developed. In numerical case study, the strain softening processes under variable confining pressure for mudstone of Shanxi were modeled. The simulating results accord with experimental data. Those show that the degradation angle is an effective parameter to reflect the effect of confining pressure on the brittleness of the post-peak rock; the model in this paper is reasonable and can be used to model the strain softening processes of post-peak strength rock.

Key words: degradation angle; strain softening; confining pressure; post-peak strength

岩石峰后应变软化是岩石重要的力学特性之一^[1], 一直受到广泛关注^[2-13]。已有岩石力学试验结果表明^[5,9,11-12], 围压对岩石峰后应变软化行为影响很大, 因此如何考虑围压对岩石峰后应变软化行为的影响一直是岩石峰后应变软化模型研究的重要问题。张春会和 FANG Z 等^[11-12] 分别利用峰后强度退化指数的概念考虑了围压对岩石峰后强度和刚度下

降的影响, 取得了较好效果。为了考虑围压对岩石峰后剪胀扩容行为的影响, 张春会等^[8] 引入了扩容指数的概念, 建立了考虑围压影响的岩石剪胀扩容模型。陆银龙等^[13] 引入广义黏聚力和广义内摩擦角的概念, 结合 FLAC 软件建立了考虑围压对岩石峰后强度下降影响的计算模型。然而, 从已有研究成果发现, 围压不仅对岩石峰后强度下降和剪胀有影响, 还

收稿日期: 2011-10-11 责任编辑: 常 琛

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51174106); 河北省自然科学基金资助项目(E2011208036)

作者简介: 于永江(1971—), 男, 内蒙古商都人, 讲师, 博士。E-mail: yuyongjiang001@163.com。通讯作者: 张春会(1976—), 副教授, 博士。E-mail: zhangchunhui789@126.com

对岩石峰后的脆性也有很大影响。通常情况下,岩石的围压越低,岩石峰后应变软化的脆性越大,在已有模型都没有考虑这一特征。

本文基于三轴实验数据,提出了一个描述岩石峰后脆性特征的新参数,即退化角。基于退化角建立了一个新的岩石峰后应变软化模型,该模型不仅简单,而且可以考虑围压对岩石峰后脆性的影响。

1 退化角

1.1 退化角的概念

图 1 为山西含碳泥岩三轴全程应力应变曲线^[8]。从图 1 中可以看出,围压对岩石峰后应变软化的脆性特征有很大影响。在单轴或低围压下岩石峰后力学特征呈现显著的脆性,随着围压的增加,岩石逐渐从脆性转为延性,岩石峰值强度与残余强度之间的差值逐渐缩小,在高围压下表现为理想塑性特征。

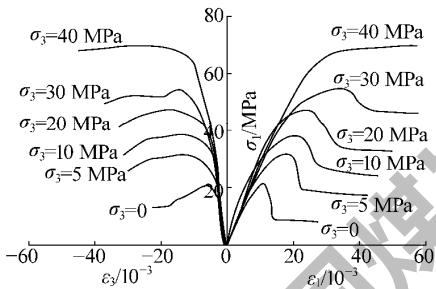


图 1 山西含碳泥岩三轴应力-应变曲线^[8]
Fig. 1 Triaxial compression stress-strain curves of mudstone of Shanxi^[8]

假设岩石峰后软化特性是影响软弱岩石变形、破坏的主要因素,将软弱泥岩三轴压缩试验全应力-应变曲线简化为如图 2 所示的理想曲线形式。

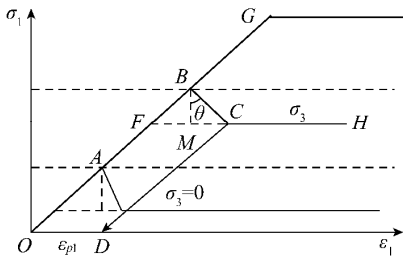


图 2 简化三轴应力-应变曲线
Fig. 2 Simplified triaxial compression stress-strain curves

从图 2 可以看出,简化后的三轴全程应力应变曲线可以描述为:在围压 σ_3 作用下,增加轴向应力,岩石先处于线弹性阶段(OB 段),当应力水平达到岩石的强度(B 点),再加载,岩石破坏,强度下降(BC 段),在降低到一定水平后保持残余强度(CH 段)。岩石峰后脆性可以用强度退化线 BC 与竖直线的夹

角来描述,本文称为退化角。若退化角为 0° ,则发生理想脆性破坏;若退化角为 90° ,则岩石为理想塑性行为。总体来说,围压越大,退化角越大,岩石的脆性越差。

1.2 退化角与围压的关系

从图 1 和 2 可以看出,退化角 θ 是围压的函数,即 $\theta = f(\sigma_3)$ 。计算山西含碳泥岩不同围压下的退化角,结果见表 1。从表 1 可以看出,随着围压的增加,退化角 θ 增加,两者之间近似服从线性关系,即

$$\theta = a\sigma_3 + b \tag{1}$$

式中, a 和 b 为拟合系数。

表 1 山西含碳泥岩三轴试验数据
Table 1 Test data for mudstone of Shanxi in triaxial compression

围压/MPa	$\theta/(^\circ)$	峰值应力/MPa	残余应力/MPa
0	9.5	21.1	8.9
5	18.5	31.4	18.2
10	30.0	38.1	25.7
20	34.0	47.1	35.0
30	55.0	54.6	46.2
40	90.0	68.2	68.2

利用式(1)拟合表 1 中的数据,得到

$$\theta = 1.832\sigma_3 + 7.447 \tag{2}$$

试验数据与拟合数据的相关系数 $R^2 = 0.966$,试验数据与拟合数据的对比如图 3 所示。

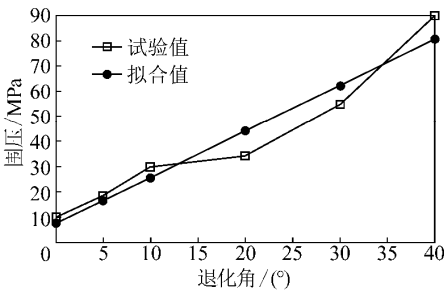


图 3 退化角与围压的关系
Fig. 3 Relationship between degradation angle vs confining stress

利用文献[2]中 Tennessee 大理岩三轴试验数据进一步验证上述围压与退化角之间的关系。Tennessee 大理岩三轴试验数据如图 4 和表 2 所示。

利用式(1)拟合表 2 中 Tennessee 大理岩围压与退化角的关系,试验数据和拟合数据的相关系数 $R^2 = 0.975$,拟合结果如图 5 所示。从图 5 可见,Tennessee 大理岩三轴试验的围压与退化角之间也呈线性关系,可以利用式(1)拟合。

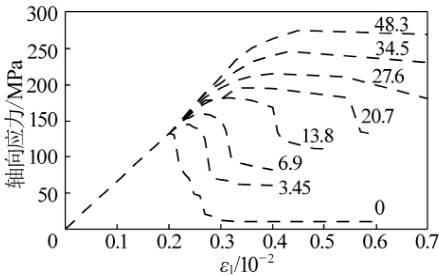


图 4 Tennessee 大理岩三轴试验数据

Fig. 4 Test data for Tennessee marble in triaxial compression

表 2 Tennessee 大理岩三轴试验数据

Table 2 Test data for Tennessee marble in triaxial compression

围压 /MPa	$\theta /(^{\circ})$	峰值应力 /MPa	残余应力 /MPa
0	18	130	10
3.45	30	145	60
6.90	34	160	80
13.80	46	180	110
20.70	61	195	130
27.60	75	215	180
34.50	80	245	230
48.30	89	275	270

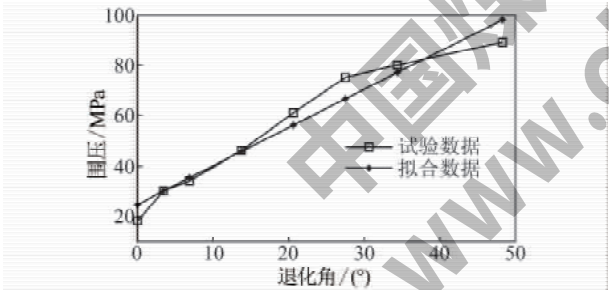


图 5 Tennessee 大理岩退化角与围压的关系

Fig. 5 Relationship between degradation angle and confining stress for Tennessee marble

2 基于退化角的岩石应变软化模型

2.1 模型描述

图 6 为简化后的一般情况下的岩石应力应变全曲线,可以描述为: 刚开始加载岩石呈现线弹性变形特征(*OB* 段),随着荷载增加,逐渐达到峰值应力(*B* 点),而后再加载岩石就会发生应变软化,按强度退化角降至残余强度(*C* 点),并保持不变(*CH* 段)。若从 *C* 点卸载,假设岩石峰后卸载过程是线弹性的,则 *CD*//*OB*,各阶段变形特征如下:

- (1) 线弹性阶段(*OB* 段)。这一阶段应力应变服从胡克定律,材料的弹性模量为常数。
- (2) 屈服(*B* 点)。 *B* 点的屈服条件采用摩尔 -

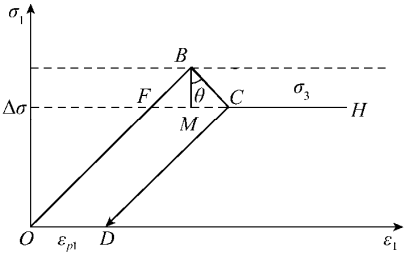


图 6 基于退化角的应变软化模型

Fig. 6 Strain-softening model based on degradation angle

库伦屈服准则,摩尔 - 库伦屈服准则可写为

$$\sigma_{1f} = k\sigma_3 + 2c\sqrt{k} \tag{3}$$

式中, $k = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$; c 和 φ 分别为峰前黏聚力和内摩擦角。

(3) 应变软化过程(*BC*)。应变软化过程(*BC*)由退化角和岩石峰后残余强度控制。

退化角由式(1)来计算,峰后残余强度由摩尔 - 库伦屈服准则可写为

$$\sigma_{1fr} = k_r\sigma_3 + 2c_r\sqrt{k_r} \tag{4}$$

式中, $k_r = \frac{1 + \sin \varphi_r}{1 - \sin \varphi_r}$; c_r 和 φ_r 分别为残余黏聚力和残余内摩擦角。

(4) 残余塑性流动阶段(*CH*)。在岩石强度退化至 *C* 点后,岩石将保持残余强度,继续发生变形。

(5) 若在 *C* 点发生卸载,卸载过程为线弹性(*CD*), *OD* 为等效塑性剪切应变。

2.2 模型及数值实现

对 FLAC 自带的 SS(Strain Softening Model) 模型进行改进,可以实现 2.1 节中所述模型。本文利用 Fish 函数方法予以实现,具体计算过程如下:

- (1) 对工程抽象,建立分析模型,进行网格剖分。
- (2) 将岩石单元定义为 SS 材料,输入材料参数,包括弹性模量、泊松比、内摩擦角、黏聚力、抗拉强度、退化角与围压关系的参数 a 和 b ,岩石峰后残余内摩擦角、残余黏聚力等。
- (3) 施加初始及边界条件,进行单元应力及应变计算分析。
- (4) 每荷载步计算岩石单元的围压状态,计算相应的退化角和等效塑性剪切应变,修正 SS 模型的参数。
- (5) 继续施加荷载步,直至计算结束。

2.3 模型参数的确定

模型中岩石峰前内摩擦角、黏聚力、峰后残余内摩擦角、残余黏聚力均通过岩石三轴试验数据确定。另一个需要确定的参数是围压 σ_3 下 *C* 点对应的等效

塑性剪切应变, 计算如下:

不计中间主应力 σ_2 的影响下, 等效塑性剪切应变 ε^{ps} 可表示为

$$\varepsilon^{ps} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_1^p - \varepsilon_m^p)^2 + (\varepsilon_3^p - \varepsilon_m^p)^2 + (\varepsilon_m^p)^2} \quad (5)$$

$$\varepsilon_m^p = \frac{1}{3}(\varepsilon_1^p + \varepsilon_3^p) \quad (6)$$

式中, $\varepsilon_1^p, \varepsilon_3^p$ 均为塑性主应变分量。

在三轴试验中, 假设岩样峰前、峰后泊松比不变, 于是

$$\mu = -\frac{\varepsilon_3^p}{\varepsilon_1^p} \quad (7)$$

式中, μ 为泊松比。

于是, 式(5) 改写为

$$\varepsilon^{ps} = \frac{\varepsilon_1^p}{3\sqrt{2}} \sqrt{6 + 6\mu^2 - 2\mu} \quad (8)$$

由图4 利用几何关系, ε_1^p 可以表示为

$$\varepsilon_1^p = \overline{CM} + \overline{FM} = \tan \theta \Delta\sigma + \frac{\Delta\sigma}{E} \quad (9)$$

式中, E 为岩石线弹性阶段的弹性模量; $\Delta\sigma$ 为岩石应变软化的强度降。

由式(3) 和(4), 岩石软化的强度降可以表示为

$$\Delta\sigma = \sigma_{1f} - \sigma_{1fr} \quad (10)$$

于是, 式(8) 可表示为

$$\varepsilon^{ps} = \frac{\tan \theta \Delta\sigma + \frac{\Delta\sigma}{E}}{3\sqrt{2}} \sqrt{6 + 6\mu^2 - 2\mu} \quad (11)$$

利用式(10) 和(11) 就可以计算在围压 σ_3 下的等效塑性剪切应变。

3 数值算例

数值算例对山西含碳泥岩(图1) 的全程应力应变曲线进行模拟。计算的主要参数为: 弹性模量 1.835 GPa, 峰前内摩擦角 15.3° , 峰前黏聚力 8.3 MPa, 残余内摩擦角 5.7° , 残余黏聚力 5.5 MPa, 退化角与围压的拟合系数 $a = 1.832, b = 7.447$, 泊松比为 0.3。

数值模型如图7 所示, 侧向施加定围压, 模型下表面为 z 方向位移约束。轴压通过轴向位移施加, 施加的速度为 0.5×10^{-8} /step。依据建立的数值分析模型, 分别对围压为 0, 5, 10, 20, 30, 40 MPa 6 种围压条件岩样的全程应力应变情况进行模拟, 模拟的全程应力应变曲线和实测试验曲线的对比如图8 所示。

从图8 可以看出, 在岩石峰值强度前, 模拟曲线

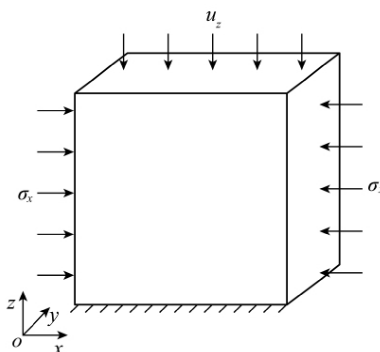


图7 数值算例

Fig. 7 Numerical case

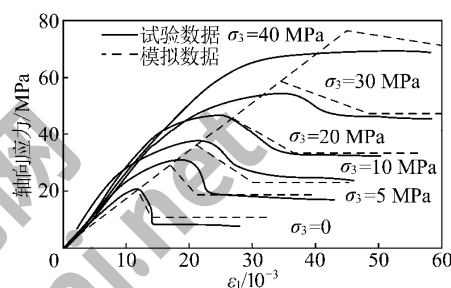


图8 三轴压缩试验数据与数值模拟数据对比

Fig. 8 Comparison between triaxial compression test data and numerical simulation data

与试验曲线峰值应力点的割线相吻合, 这符合“峰前岩石应力-应变关系为线弹性”的假设; 当岩石达到峰值强度以后, 不同围压下的模拟结果变化趋势与试验数据基本一致, 特别是对岩石峰后脆性变化的模拟较为精确。在数值模拟曲线中, 一些曲线的峰值强度和峰后强度与试验值有一定差异, 这主要是由于使用的强度参数与实际强度参数之间有一定的误差所致。总体上, 本文提出的峰后强度退化角可以描绘围压对岩石峰后脆性的影响, 建立的岩石峰后应变软化模型可以较好地描述不同围压下岩石峰后力学特性。

4 结 论

- (1) 利用退化角可以描述围压对岩石峰后脆性的影响。
- (2) 退化角与围压之间近似符合线性关系。
- (3) 建立的基于退化角的应变软化模型能考虑围压对岩石峰后脆性的影响, 较好地模拟岩石峰后应变软化行为。

参考文献:

- [1] Jing L. A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2003, 40: 283 - 353.

- [4] 刘树新,刘长武,曹 磊. 孔隙煤体峰后应变软化及其对工作面冲击地压的影响 [J]. 煤炭学报,2010,35(12):1990-1996.
Liu Shuxin, Liu Changwu, Cao Lei. Post-peak softening of porosity coal and its influence to rock burst occurred in work face [J]. Journal of China Coal Society, 2010, 35(12): 1990-1996.
- [5] 潘一山,魏建明. 岩石材料应变软化尺寸效应的实验和理论研究 [J]. 岩石力学与工程学报,2002,21(2):215-218.
Pan Yishan, Wei Jianming. Experimental and theoretical study on size effect on strain softening of rock materials [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(2): 215-218.
- [6] 王水林,王 威,吴振君. 岩土材料峰值后区强度参数演化与应力-应变曲线关系研究 [J]. 岩石力学与工程学报,2010,29(8):1524-1529.
Wang Shuilin, Wang Wei, Wu Zhenjun. Study of relationship between evolution of post-peak strength parameters and stress-strain curves of geomaterials [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(8): 1524-1529.
- [7] 张 帆,盛 谦,朱泽奇,等. 三峡花岗岩峰后力学特性及应变软化模型研究 [J]. 岩石力学与工程学报,2008,27(S1):2651-2655.
Zhang Fan, Sheng Qian, Zhu Zeqi, et al. Study of post-peak mechanical behavior and strain-softening model of Three Gorges granite [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(S1): 2651-2655.
- [8] 周 辉,张 凯,冯夏庭,等. 脆性大理岩弹塑性耦合力学模型研究 [J]. 岩石力学与工程学报,2010,29(12):2398-2409.
Zhou Hui, Zhang Kai, Feng Xiating, et al. Elastoplastic coupling mechanical model for brittle marble [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(12): 2398-2409.
- [9] 李文婷,李树忱,冯现大,等. 基于莫尔-库仑准则的岩石峰后应变软化力学行为研究 [J]. 岩石力学与工程学报,2011,30(7):1460-1466.
Li Wenting, Li Shuchen, Feng Xianda, et al. Study of post-peak strain softening mechanical properties of rock based on mohr-coulomb criterion [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(7): 1460-1466.
- [10] 张春会,赵全胜,于永江. 考虑围压影响的非均质岩石剪胀扩容模型 [J]. 采矿与安全工程学报,2011,28(3):436-440.
Zhang Chunhui, Zhao Quansheng, Yu Yongjiang. Dilation model of heterogeneous rock affected by confined pressure [J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2011, 28(3): 436-440.
- [11] 赵星光,蔡 明,蔡美峰. 岩石剪胀角模型与验证 [J]. 岩石力学与工程学报,2010,29(5):970-981.
Zhao Xingguang, Cai Ming, Cai Meifeng. A rock dilation angle model and its verification [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(5): 970-981.
- [12] 于怀昌,李亚丽,刘汉东. 粉砂质泥岩三轴压缩应力松弛本构模型研究 [J]. 煤炭学报,2011,36(8):1258-1263.
Yu Huaichang, Li Yali, Liu Handong. Study of stress relaxation model of silty mudstone under triaxial compression [J]. Journal of China Society, 2011, 36(8): 1258-1263.
- [13] 张春会,赵全胜,黄 鹏,等. 考虑围压影响的岩石峰后应变软化力学模型 [J]. 岩土力学,2010,31(S2):193-197.
Zhang Chunhui, Zhao Quansheng, Huang Li, et al. Post-peak strain softening mechanical model of rock considering confining pressure effect [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(S2): 193-197.
- [14] Fang Z, Harrison J P. A mechanical degradation index for rock [J]. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 2001, 38(8): 1193-1199.
- [15] 陆银龙,王连国,杨 峰,等. 软弱岩石峰后应变软化力学特性研究 [J]. 岩石力学与工程学报,2010,29(3):640-648.
Lu Yinlong, Wang Lianguo, Yang Feng, et al. Post-peak strain softening mechanical properties of weak rock [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(3): 640-648.