11月

2015 年

张延凯 李克庆 胡乃联 ,等. 露天矿境界优化 LG 算法初始有向图生成研究 [J]. 煤炭学报 2015 ,40(S2): 367 - 373. doi: 10. 13225 /j. enki. jees. 2014.0808

Zhang Yankai Li Keqing Hu Nailian et al. A study of generating the initial directed graph for LG algorithm of open pit optimization [J]. Journal of China Coal Society 2015 40(S2): 367 – 373. doi: 10.13225/j. cnki. jccs. 2014.0808

露天矿境界优化 LG 算法初始有向图生成研究

张延凯¹² 李克庆¹² 胡乃联¹² 李成龙³ 崔 翔¹² 李金珊¹²

(1. 北京科技大学 金属矿山高效开采与安全教育部重点实验室,北京 100083;2. 北京科技大学 土木与环境工程学院,北京 100083;3. 北京三 地曼矿业软件科技有限公司,北京 100043)

摘 要:最终境界对露天矿开采效益至关重要,初始有向图生成是露天矿境界优化 LG 算法的关键 环节,对境界优化算法的准确性及效率都有重要影响。对初始有向图生成方法的研究,有助于为境 界优化过程中的参数选取及结果分析提供科学依据。基于矿床离散方法和单元块空间拓扑关系, 以单元块为节点、块体开采净价值为节点权值,构建了带权初始有向图,进一步采用图论法求解最 大闭包,获得了最优露天境界。为使初始有向图既满足最大允许边坡角要求,又避免冗余有向弧段 产生,引入了最小搜索模式(MSP),并对 MSP 方法进行了改进。改进后的 MSP 方法可针对不同方 位角、不同高程、不同岩石类型,设置不同的边坡角,在设定的角度容差范围内,生成满足要求的初 始有向图。基于改进的 MSP 露天矿境界优化初始有向图生成算法采用 C++语言编程实现,实践 证明该算法是合理、高效的。

关键词: 露天矿; 境界优化; LG 图论法; 标准单元块; 最小搜索模式; 边坡角容差 中图分类号: TD216 文献标志码: A 文章编号: 0253 - 9993(2015) S2 - 0367 - 07

A study of generating the initial directed graph for LG algorithm of open pit optimization

ZHANG Yan-kai^{1,2} ,LI Ke-qing^{1,2} ,HU Nai-lian^{1,2} ,LI Cheng-long³ ,CUI Xiang^{1,2} ,LI Jin-shan^{1,2}

(1. State Key Laboratory of High-Efficient Mining and Safety of Metal Mines Ministry of Education University of Science and Technology Beijing Beijing 100083 China; 2. School of Civil and Environmental Engineering University of Science and Technology Beijing Beijing 100083 China; 3. Beijing 3DMine Mining Software Co. Ltd. Beijing 100043 China)

Abstract: Initial directed graph generation is the key point of LG algorithm for open pit optimization , which has a significant impact on the accuracy and efficiency of optimization algorithm. Theoretical research on the initial directed graph generation is helpful to provide a scientific basis for selecting parameters and analyzing results in the optimization process. In this paper , the initial weighted directed graph generation was formed based on the deposit discrete method and spatial topological relationship. And the blocks and net value of mining blocks was respectively treated as nodes and weights. Moreover , the graph theory was used to solve the biggest closures and obtain the optimal open pit limits. In order to make sure that the initial directed graph generation meets the requirements of slope angles and avoids producing redundant arcs , the MSP(Minimum Search Pattern) was introduced and improved in this paper. Initial directed graph could be generated according to the improved MSP method with different angles , elevation , rock types and slope angles under the angle tolerance range of each setting angle. This initial directed graph generation algorithm

收稿日期: 2014-06-20 责任编辑: 韩晋平

基金项目:国家"十二五"科技支撑计划资助项目(2012BAB01B04)

作者简介: 张延凯(1979—),男 吉林桦甸人,高级工程师。Tel: 010 - 62332264,E - mail: ustb_zyk@126.com。通讯作者: 李克庆(1966—), 男,甘肃天水人,教授,博士生导师。Tel: 010 - 62332264,E - mail: lkqing2003@163.com

for open pit optimization based on the improved MSP method was implemented by C + + programming language ,which has been proved to be rational and efficient in practice.

Key words: open pit; optimization; LG algorithm; unit block; minimum search pattern; tolerance of slope

露天矿最终境界直接影响矿山规模、投资、生产 效益、服务年限等众多方面。因此,境界优化是露天 矿设计的重要环节,是矿山企业生产经营决策的重要 依据^[1]。传统手工圈定露天开采境界的方法实质上 是一种试错法,工作量大、精度低,难以实现境界最优 化的目标^[2]。国内外学者对露天境界优化理论和方 法进行了深入研究,提出了多种优化算法,当前主流 算法的核心思想是:基于块体价值模型,以边坡角及 地表等为几何约束,求解使采出矿岩总价值最大的开 采集合体。解决这一问题的算法有动态规划法^[3]、 LG 图论法、整数规划法、网络流法^[4]、浮动圆锥法等, 其中应用最为广泛的是 LG 图论法及浮动圆锥 法^[5-7]。

LG 图论法属于数学严谨算法,在给定块体价值 模型及几何约束的条件下,该算法能够求得惟一最优 解。但是,LG 图论法也存在着方法复杂、计算耗时 长、处理复杂边坡角困难等缺点^[8]。LG 图论法初始 图的生成是该算法的关键,快速生成初始图对于提高 算法效率解决复杂边坡角约束问题至关重要。笔者 主要研究了基于改进的最小搜索模式算法生成 LG 图论法初始有向图的一种方法。

1 LG 算法初始有向图

应用 LG 图论法求最佳开采境界实质上就是在 价值模型所对应的图中求最大闭包^[9]。图论法进行 境界优化,首先要有三维块体价值模型,块体价值模 型中任意块的开采价值在不考虑时间价值的前提 下^[10],可以表示为

value =
$$\sum$$
 收益 - \sum 支出 (1)

块体价值属性是地质条件、成本因素和市场情况 的综合反映^[11-12],公式中收益、支出的具体构成不是 本文研究的重点,故假设任意块的净价值属性 value 是已知的。

此外,LG 图论法还要求用单元块表示开采超前 关系和边坡角限制条件等空间要素。LG 图论法初始 有向图描述了以块体模型表示的露天矿开采所必须 满足的几何约束条件,是露天境界优化的基础。显 然,基于块体模型生成的初始有向图对最终边坡角的 表达精度与块体尺寸有关。一般而言,单元块尺寸越 小 边坡角表达精度越高。露天开采的几何约束可以 用一组有向弧表示,在最终边坡角45°的情况下,如 图1所示 若要开采6号块 则必须首先采出1~5号 块,由弧($x_6 x_1$) ($x_6 x_2$) ($x_6 x_3$) ($x_6 x_4$) ($x_6 x_5$) 构成的集合就是6号块开采的几何约束。



图 1 单元块开采约束示意 Fig. 1 Diagram of unit block mining constraints

2 MSP 算法研究及改进

为了拟合实际情况,要求初始有向图能够表达复 杂边坡条件限制,能够针对不同方向、不同高程、不同 岩性条件,分别设置不同的边坡角^[13]。初始有向图 生成的关键是建立满足约束条件的标准单元块开采 的非冗余关系集合。

2.1 标准单元块编码

为了计算边坡角方便 将用于境界优化的块体统 一设置为标准尺寸(x,y,z),该块体模型不包含次级 子块。标准单元块编号为(*i,j,k*),分别代表北方向、 东方向和高程方向的相对坐标。

设置集合 R 表示任意块的边坡角要求:

 $R = \{ (\theta_i \ \partial_i) \ , 1 \le i \le m \}$ (2)

式中 θ_i 为方位角 代表边坡朝向; ∂_i 为最大允许边坡角; m 为定义边坡角的方位角数目。

相对于标准单元块首层中心点 A(0 0 0),块 B (*i j k*)要求满足:

$$\operatorname{Dip}(B \ A) \ge \partial_i \tag{3}$$

Dip(BA): 质心点 A B 连线与水平面的夹角。

这样一些块的集合 *S*(*B*),就是开采块 *A* 的充分 必要条件。初始有向图生成就是要找到开采块 *A* 所

对应的非冗余集合 S(B)。

如图 2 所示 /假设立方体标准单元块模型具有各 方向相同的最大允许边坡角 45°,角度容差 4°,如果 要开采标准单元块首层中心点 *A*(0000),则必须开 采 *B*(00,1) *B*(-10,1),*B*(0,1,1),*B*(10,1),*B* (0,-1,1) *B*(-2,-12),*B*(-2,12),*B*(-1,-22) *B*(-122),*B*(1,-22),*B*(122),*B*(2,-12),*B*(2,12),等13个块,其中5个块位于第1层, 8个块位于第2层。



图 2 标准单元块搜索示意

Fig. 2 Diagram of unit block searching pattern

理论上,开采点 A(0 0 0) 还要开采 B(0 0 2), 但因为 B(0 0 2) 已经蕴含在开采 B(0 0 1) 时 必须 开采 B(0 0 2) 我们称类似的弧段为冗余弧段,冗余 弧段的端点不属于集合 S(B)。

一般地,若开采块A依赖于开采块B、C,同时,开 采块B依赖于开采块C;则AB属于集合S(B), $(\Box AC)$, BC不属于集合S(B)。冗余弧段不会引起程序的逻辑 错误,但会严重影响计算的速度,为此需要找到一种算 法,能够生成满足开采约束条件的最小子集。

2.2 MSP 算法

MSP(Minimum Search Pattern) 算法是一种搜索 与标准单元块首层中心点 *A* 满足开采约束条件的最 小子集(即没有冗余弧段产生)的算法^[14-15]。

MSP 算法需要如下几个已知条件: 单元块尺寸 (x y z) ,单元块最大允许边坡角集合 R ,块体模型最 大垂直搜索层数 N 块体模型水平搜索边界 nx py。

MSP 算法的输出为: 与标准单元块首层中心点 *A* 满足最大允许边坡角关系的相对坐标 *B*(*i j k*) 的集 合 点集合 *B*(*i j k*) 中的每一个点都与 *A* 点直接相 连 ,且不存在冗余弧段。对于境界优化问题 ,以这种 方式搜索获得的块体集合是满足最大允许边坡角条 件的开采边界。

MSP 算法实现步骤如下:

(1) 从模型首层中心点 *A* 开始(坐标(0 0 0)), 令其正上方块的质心点(0 0 ,1) 为 MSP 集合 *S* 的一

(2) 从第1 层到第k - 1 层,对已标记的点 $B_i(i_i, j_i, k_i)$ 分别与集合 S 中的各元素 $S_j(i_j, j_j, k_j)$ 进行加法 运算,生成集合 $B_n(i_i + i_j, j_i + j_j, k_i + k_j)$,将属于集合 T_k 而不属于集合 B_n 的元素追加到集合 S 中,将 T_k 的 元素追加到标记点集合 B_i ,清空集合 T_k ;

(3) 对第 k 层所有未标记的质心点,按照标准 R={(θ_i, ∂_i), $1 \le i \le m$ }判断 Dip(B, A),如果存在 Dip (B, A)满足标准 R 将满足边坡角限度的质心位置相 对坐标写入标记集合 B_i ,停止该方向搜索。将超出 最大允许边坡角限度的质心位置相对坐标写入层标 记集合 T_k ;

(4) k = k + 1,执行步骤(2),当 k 到达块体模型 最大搜索层数 N 或者达到水平搜索边界 nx ,ny 时 结束。

2.3 MSP 算法改进

按照上述步骤 应用 C + +编程实现标准单元块 MSP 算法。该程序的输入界面如图 3 所示 ,有 5 个参 数作为程序的输入。

x	1
Y	1
z	1
边坡角度	35
容差	0

图 3 MSP 测试程序参数输入界面

Fig. 3 MSP test procedure parameter input interface

结合露天采矿工程实际,测试程序设定标准单元 块最大垂直搜索层数默认值为 30,任意层由 (2×30+1)² 个尺寸比为*x*: *y*: *z* 的单元块构成。在 MSP 算法测试程序上,设置角度容差为0,对不同边 坡角及不同单元块尺寸比条件进行试算,实验结果见 表1。

表1中 层数表示达到算法结束条件时垂直方向 的搜索范围,块数表示构成 MSP 集合的元素个数。 对于4种不同的尺寸比例,不同最大允许边坡角 MSP 搜索输出的结果显示:最小搜索层数为22 层,最小块 数为45块,可见该方法对最大允许边坡角的表达效 率不高。因此,需要对该方法进行改进、优化。考虑 到块体模型对边坡角表达的不精确性,引入边坡角容 差*ξ*,弱化边坡角的限定条件。

で	₹Ⅰ イ\ <u>P</u>	」辺坂用仅平	兀状尺寸	CL MSP 3	沾未 刈 に	

Table 1 Comparison of MSP results under different slope angle and the unit block size conditions

长:宽:高=1:1:1 +		长: 宽: 高	长: 宽: 高=2: 2: 1		长: 宽: 高=4: 1: 1		长: 宽: 高=4: 2: 1	
辺坂用/(*)	块数	层数	块数	层数	块数	层数	块数	层数
35	161	22	169	30	131	30	139	30
40	329	28	249	30	195	29	165	30
45	69	29	45	26	53	29	45	26
50	129	29	157	29	131	30	99	30

如图 4 所示, A 点为标准单元块首层中心点, $\angle SAG$ 为 X 方向最大允许边坡角, $\angle EAS = \angle FAS =$ ξ 这个角度即为边坡角容差 ξ 在境界优化中可以作 为参数输入,也可以给定默认值固化在程序中。



带角度容差的 MSP 示意 图 4 Fig. 4 Diagram of unit block MSP with angle tolerance

图4中 H 为单元块高度,铅垂线段 BC = H,令 N_e = BG/BC,对 N_e 向上取整得 L,直线 BQ//AE 且过1 点(0,-H) BQ 与直线 Y=LH 相交于 P 点 冷∠PAG $= \theta$ 在 X 方向计算块体质心点 B(i j k) 与 A 点的角 度关系 Dip(B,A)。对满足以下条件之一的质心点 写入标记集合 B; 停止该方向搜索。

$$k < N_c \text{ and } \operatorname{Dip}(B A) \ge \partial_i - \xi$$

$$k \ge N_c \text{ and } \operatorname{Dip}(B A) > \theta$$

$$(4)$$

实际上,式(4)是对式(3)的改进,通过改进 弱化了边坡角限制条件,式(4)的核心是引入不大 于边坡角容差 ξ 的角度误差,以达到算法快速收 敛的目的。

理论上,对于同一块体模型,最大允许边坡角 R -定的条件下 边坡角度容差 ξ 越大 ,MSP 搜索最大 层数N越小。实际上,边坡角度容差 ϵ 设置过大将 影响露天开采的安全性或经济性。一般情况下 边坡 角度容差 ξ 不超过 4° 。对改进后的 MSP 算法,应用 同样的标准单元块模板进行实验。角度容差分别取 1°2°3°4° 实验结果见表2。

	表 2 角度容差对 MSP 结果影响的对比
Table 2	Comparison of angle tolerance effects of MSP results

边坡角/	角度容	长: 宽:	高 = 1: 1: 1	长:宽:高	哥=2:2:1	长: 宽: 高	5=4: 1: 1	长: 宽: 高	5=4: 2: 1
(°)	差/(°)	块数	层数	块数	层数	块数	层数	块数	层数
	1	229	15	97	15	133	16	91	18
25	2	53	6	25	4	27	6	25	6
33	3	21	2	33	4	27	6	25	6
	4	21	2	25	4	23	5	21	5
	1	113	15	97	14	109	17	63	14
40	2	57	6	45	7	51	10	39	12
40	3	57	5	45	7	37	7	25	7
	4	41	4	33	6	19	6	19	6
	1	73	13	37	13	29	14	41	14
45	2	29	6	25	7	17	6	29	10
43	3	29	5	17	9	17	8	21	9
	4	13	2	9	3	13	5	13	6
	1	169	14	153	19	113	20	83	20
50	2	109	9	29	7	61	14	29	13
50	3	81	7	29	7	47	11	25	11
	4	61	6	13	5	37	9	19	9

由上述实验结果可以看出,选择合适的边坡角容 差 ξ ,可有效的降低 MSP 搜索层数及搜索块数,该算 法的效率得到很大提升。同时,使用合适的边坡角容 差 ξ 在某些情况下不但不会降低块体模型对边坡角 的拟合精度 相反还会提高其精度。

在进行露天矿境界优化过程中,开采初始有向图 生成是关键步骤。因此,单元块的搜索速度和边坡角 拟合精度的提高,对境界优化算法效率和精度的提高 具有决定性意义。

3 开采初始有向图生成实例研究

3.1 开采初始有向图生成

在露天矿初步设计阶段,对边坡稳定性进行研究,得到关于不同岩石类型、不同方位的最大允许边 坡角。某矿允许边坡角分区情况如图5所示。



图 5 某矿允许边坡角分区情况示意 Fig. 5 Slope angle partitions schematic diagram of a mine

图 5 中,北东南 3 个区最大允许边坡角不超过 46°,西区由于受断层影响,边坡角度限制分别为 42°,44°,40°,上部(距地表 20 m 范围内)为强风化层 及破碎岩体,边坡角度限制为 38°,各分区推荐边坡 角见表 3。

	表3	某矿	- 各分区推荐边坡角
--	----	----	------------

Table 3 Recommend slope angel of partitions in a mine

边」 边」	推荐边坡角/(°)	
	北区	<46
	南区	<46
主风化其岩	东区	<46
不凡心奉石	西I区	<42
	西Ⅱ区	<44
	西Ш区	<40
上部强风化	< 38	

设置块体模型不同区域的边坡角限制 形成边坡 角度关系: $R = \{(\theta_i, \partial_i), 1 \le i \le m\}$ 从模型中读取块 体模型尺寸(x, y, z)。将基于 MSP 搜索生成的充分 必要弧段模板作用于块体模型中所有净价值属性大 于 0 的正块。由正块所对应的 MSP 集合及集合中所 有元素 S_j 所对应的 MSP 集合构成开采初始有向图。 3.2 境界优化实例分析

基于优化的 MSP 搜索运用 C + + 编程,实现了 对不同模型尺寸比、不同边坡角设置方式的开采初始 有向图生成算法。

为验证程序的可靠性,以某矿床块体价值模型为 基础,采用2°的角度容差,对不同方位、不同高程设 置不同边坡角进行境界优化试验。矿床品位分布如 图6所示,优化结果如图7所示。







图 7 某矿境界优化结果 Fig. 7 Open pit optimization results of a mine 为检验境界优化边坡角的准确性,对优化所得 DTM(Digital Terrain Model)进行了不同方向的剖切, 其中 *X*—*X* 剖面近水平方向,*Y*—*Y* 剖面近垂直方向。 剖切位置如图 8 所示, 剖切部位边坡角如图 9 所示。



图 8 矿境界优化结果剖切位置示意

Fig. 8 Cutting location diagram of open pit optimization





Fig.9 Slope angle of *X*—*X* and *Y*—*Y* profile 经验证,优化最终边坡角与推荐边坡角的平均误 差为 1.1°,最大误差为 2.3°,虽然优化结果与最大允 许边坡角还存在一定偏差,但优化结果已经基本满足 设计需求。此外,上部强风化岩及破碎岩体的较缓边 坡角(38°)在优化结果中没有很好体现,这与近地表 单元块可向上搜索的层数少有直接关系。因此,在境 界设计中,应注意减小优化误差的影响。

3.3 境界优化中边坡角精度的影响因素

由于规则块体模型空间表达的固有缺陷,对不同 边坡角限制,在不同方向有大小不一的角度误差。影 响境界优化边坡角精度的主要因素有:单元块尺寸、 角度容差。

在境界优化工作中,一般块体模型为已知^[15-16]。 块体模型的尺寸受勘探工程密度、最小可采单元大小 等因素制约^[17]。块体模型的单元块尺寸与边坡角的 精度成反比,块尺寸越小,境界优化边坡角误差越小, 优化速度越慢。如果所获得的块体模型尺寸不能满 足境界优化的需要,可以通过合并块或重新分块对模 型进行预处理。 角度容差是提高优化速度的有效手段,角度容差 设置过小,境界优化速度慢,角度容差设置过大,容易 引起较大的边坡角误差。根据实践经验,一般角度容 差取1°~4°较为合适。

此外 块体尺寸比 x: y: z 对不同最大允许边坡 角表达精度也有影响。

4 结 论

(1) MSP 算法是一种非冗余嵌套搜索,应用该算 法能够生成各种复杂边坡角情况的开采初始有向图, 但生成效率较低。

(2) 改进的 MSP 算法通过设置合理的角度容差, 提高了开采初始有向图的生成效率,同时也能够满足 最终边坡角的表达精度。

(3)以某矿境界优化为实例,验证了带角度容差的 MSP 算法高效、可靠,适用于露天矿境界优化 LG 算法开采初始有向图生成。

参考文献:

[1] 张延凯,胡乃联,徐国伟,等. 某铜钼矿开采境界优化研究[J]. 中国矿业,2012,21(10):84-87.

Zhang Yankai ,Hu Nailian ,Xu Guowei *e*t al. Pit optimization for one copper-molybdenum mine [J]. China Mining Magazine ,2012 ,21 (10) : 84 - 87.

[2] 余文章 戴晓江. 基于 3DMINE 软件系统的露天矿境界优化研究
 及应用[J]. 矿冶 2001 30(4):25 - 29.

Yu Wenzhang ,Dai Xiaojiang. Study and application on open pit boundary optimization based on 3DMINE software system [J]. Metal & Metallurgy 2001 30(4):25-29.

- [3] Wright E A. The use of dynamic programming for open pit mine design: Some practical implication [J]. Mining Science and Technology ,1987(4):97-104.
- [4] Hochbaum D S. A new-old algorithm for minimum-cut and maximumflow in closure graphs [J]. Networks 2001 37(4): 171 – 193.
- [5] 顾晓薇,葛 舒,范立军,等. 贾家堡铁矿露天开采境界优化实践[J]. 金属矿山 2010(3):6-7.
 Gu Xiaowei ,Ge Shu, Fan Lijun ,et al. Final pit optimization for Jia-jiapu Iron Mine[J]. Metal Mine 2010(3):6-7.
- [6] 胥孝川,顾晓薇,王 青,等. 露天煤矿最终境界优化实用算法
 [J]. 东北大学学报(自然科学版) 2013 34(5):715-718.
 Xu Xiaochuan, Gu Xiaowei, Wang Qing, et al. A practical algorithm for final-pit optimization in open-pit coal mines [J]. Journal of Northeastern University(Natural Science) 2013 34(5):715-718.
- [7] 王 青,胥孝川,顾晓薇,等.成本价格变化对露天煤矿最终境 界的影响[J].东北大学学报(自然科学版) 2013,34(5):712 – 714,722.

Wang Qing ,Xu Xiaochuan ,Gu Xiaowei ,et al. Effects of changing cost and price on final pit of open-pit coal mine [J]. Journal of Northeastern University(Natural Science) 2013 ,34(5):712-714 ,722.

[8] 陈晓青,任凤玉,张建国,等.一种计算机圈定露天矿境界的新 方法[J].辽宁工程技术大学学报(自然科学版) 2011 30(1):5 -8.

Chen Xiaoqing ,Ren Fengyu ,Zhang Jianguo ,et al. New method of computer delineating open-pit realm [J]. Journal of Liaoning Technical University(Natural Science) 2011 30(1):5-8.

- [9] 王 青,任凤玉.采矿学(第2版 [M].北京:冶金工业出版社, 2011:357-361.
- [10] 杨 彪 罗周全 陆 广,等.基于经济时间序列预测的露天矿 开采境界动态优化[J].煤炭学报 2011 36(1):29-33.
 Yang Biao Luo Zhouquan Lu Guang ,et al. Open pit mining limit dynamic optimization based on economic time series forecasting [J]. Journal of China Coal Society 2011 36(1):29-33.
- [11] 谭 锐 陈爱明,瞿金志. 矿业软件在露天境界优化中的运用
 [J]. 有色金属设计 2010 37(2):1-8.
 Tan Rui ,Chen Aiming ,Qu Jinzhi. Application of mining software in open-pit boundary optimization [J]. Nonferrous Metals Design, 2010 37(2):1-8.
- [12] 黄 勇,胡庆雄,赵兴宽.多种因素变化的露天矿境界优化 [J].金属矿山 2011(12):35-38.

Huang Yong ,Hu Qingxiong Zhao Xingkuan. Open pit optimization with various changeable factors [J]. Metal Mine 2011(12):35 – 38. (1):

- [13] 黄俊歆,王李管 毕 林,等.改进的露天境界优化几何约束模型及其应用[J].重庆大学学报 2010 33(12):78-83.
 Huang Junxin, Wang Liguan, Bi Lin, et al. The improved geometrical constraint model of open-pit mine boundary optimum and its application [J]. Journal of Chongqing University 2010 33(12):78-83.
- [14] Caccetta ,Louis ,Giannini ,et al. Generation of minimum search patterns in the optimum design of open pit mines [J]. AusIMM Bulletin and Proceedings ,1998 293(5):57-61.
- [15] Luciano Mario Giannini. Optimum design of open pit mines [D]. Perth: Curtin University of Technology 1990.
- [16] 万昌林,刘亮明,高 祥,等.大型露天矿山资源估算与开采境 界优化研究一以西藏驱龙铜矿为例[J].金属矿山,2010(1): 41-44.

Wan Changlin ,Liu Liangming ,Gao Xiang ,et al. Study on resource evaluation of large-scale open-pit mine and mining limit optimization: Take the Tibet Qulong copper mine as a case [J]. Metal Mine , 2010(1):41-44.

[17] 金 艳. Whittle 软件境界优化设计的理念与技术方法[J]. 矿 业工程 2012,10(1):53-57.

Jin Yan. Idea and technical method of applying Whittle Software to optimize design of mine limit [J]. Mining Engineering ,2012 ,10 (1):53 - 57.