

巷道围岩弹塑性解析解及工程应用

曾开华¹ 鞠海燕¹ 盛国君¹ 张常光²

(1. 南昌工程学院 江西 南昌 330099; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

摘 要: 基于统一强度理论和非关联流动法则, 合理考虑中间主应力、围岩塑性区弹性应变和剪胀特性等影响, 建立了巷道围岩弹塑性应力和位移解析解。研究表明: 中间主应力和围岩剪胀特性对围岩特征曲线和支护压力的影响显著, 考虑中间主应力的影响能充分发挥围岩的强度潜能; 不考虑塑性区体积变化所得支护压力较小, 设计偏危险; 巷道支护设计应考虑围岩剪胀特性的重要影响。

关键词: 统一强度理论; 中间主应力; 剪胀特性; 弹性应变

中图分类号: TU452 **文献标志码:** A

Elastic-plastic analytical solutions for surrounding rocks of tunnels and its engineering applications

ZENG Kai-hua¹, JU Hai-yan¹, SHENG Guo-jun¹, ZHANG Chang-guang²

(1. Nanchang Institute of Technology Nanchang 330099, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on the unified strength theory and a non-associated flow rule, the elastic-plastic analytical solutions of stress and displacement for surrounding rocks of tunnels were presented. The effects of intermediate principal stress, elastic strains in the plastic zone and dilatancy properties were taken into account in the analytical solutions. The results show that the influences of intermediate principal stress and dilatancy properties on the ground reaction curve and support pressure are significant. The strength potentials of rock mass are better achieved due to considering the intermediate principal stress effect. The tunnel design with ignoring volume changes in the plastic zone is in danger, in that the corresponding support pressure is smaller. The effect of dilatancy is important for the tunnel support design.

Key words: unified strength theory; intermediate principal stress; dilatancy property; elastic strain

巷道未开挖前处于初始地应力作用下的相对稳定状态, 巷道开挖使围岩应力重新分布, 继而进入弹塑性变形状态, 需要及时进行有效支护。了解应力重新分布后的围岩位移分布规律及大小, 可为合理选择施工方法、位移监测仪器和支护类型等提供重要依据。以巷道弹塑性分析为基础的围岩特征曲线是收敛限制法的理论基础, 结合支护特征曲线, 可以有效地进行围岩和支护相互作用的分析, 合理确定支护时机。巷道处于平面应变状态, 其纵向应力对其横断面内的应力和变形具有重要影响, 即巷道存在中间主应力 σ_2 效应, 当前多采用 Mohr-Coulomb (M-C) 或 Hoek-

Brown (H-B) 强度准则对巷道进行弹塑性分析^[1-5], 没有考虑中间主应力 σ_2 的影响而偏于保守; 弹塑性位移解答仍沿用金属材料体积不变的假定^[6-8] 或对塑性区弹性应变做过多不合理的假定^[2,9], 没有考虑围岩塑性区真实弹性应变和剪胀特性的影响, 所得结果与实际相差较大。统一强度理论合理考虑了中间主应力 σ_2 的影响^[10], 具有分段线性表达易于得出解析解的优点, 已形成一个统一的强度理论新体系, 并得到广泛的应用^[11-15]。围岩塑性区体积应变明显不为零^[16], 巷道塑性区位移应考虑塑性区弹性应变和剪胀特性的共同影响, 以反映巷道真实的变形情况。

本文基于统一强度理论和非关联流动法则,合理考虑中间主应力 σ_2 、围岩塑性区弹性应变和剪胀特性等综合影响,建立巷道围岩弹塑性应力和位移解析解,进而结合收敛限制法探讨中间主应力、围岩塑性区弹性应变和剪胀特性对围岩特征曲线和支护压力的影响特性。

1 统一强度理论

统一强度理论充分考虑中间主应力 σ_2 效应及其区间性,能适用于各种拉压特性不同的材料。取压应力为正,并用材料的凝聚力 c 和内摩擦角 φ 表示,其主应力表达式^[10]为

$$F = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \sigma_1 - \frac{b\sigma_2 + \sigma_3}{1 + b} = \frac{2c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}$$

$$\sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi \quad (1)$$

$$F' = \frac{1 - \sin \varphi}{(1 + b)(1 + \sin \varphi)} (\sigma_1 + b\sigma_2) - \sigma_3 = \frac{2c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}$$

$$\sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi \quad (2)$$

式中 b 为统一强度理论参数,反映中间主剪应力及其面上的正应力对材料屈服或破坏的影响程度,即中间主应力 σ_2 效应 $0 \leq b \leq 1$ 。

不同的 b 值对应不同的强度准则, $b=0$ 时统一强度理论退化为 M-C 强度准则, $b=1$ 时为双剪应力强度准则, $0 < b < 1$ 时为一系列新的强度准则。

设巷道围岩为理想弹塑性材料,平面应变状态下巷道纵向应力 σ_z 为中间主应力,且在塑性区可取 $\sigma_z = \sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$,则满足式(2),整理得平面应变条件下统一强度理论的表达式为

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi_1 + 2c_1 \cos \varphi_1 \quad (3)$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{2(1+b) \sin \varphi}{2 + b(1 + \sin \varphi)}$$

$$c_1 = \frac{2(1+b) c \cos \varphi}{2 + b(1 + \sin \varphi)} \frac{1}{\cos \varphi_1}$$

式中 c_1 、 φ_1 为统一黏聚力和统一内摩擦角。

2 弹塑性应力和位移解析解

设围岩均匀、连续、各向同性,圆形巷道内表面受支护力 p_i 作用,无穷远处受初始地应力 p_o 作用,如图1所示,图中 r_i 和 R 分别为巷道半径和围岩塑性区半径。

在围岩塑性区内 $\sigma_1 = \sigma_\theta$, $\sigma_3 = \sigma_r$,平衡微分方程为

$$d\sigma_r/dr + (\sigma_r - \sigma_\theta)/r = 0 \quad (4)$$

联立式(3)和(4),并以 $(\sigma_r)_{r=r_i} = p_i$ 为边界条件,解得塑性区应力为

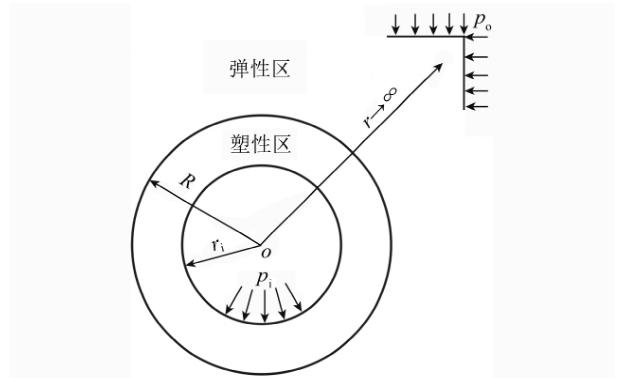


图1 圆形巷道力学模型

Fig.1 Mechanical model of a circular tunnel

$$\sigma_r = (p_i + c \cot \varphi) (r/r_i)^{C_0} - c \cot \varphi \quad (5)$$

$$\sigma_\theta = \alpha (p_i + c \cot \varphi) (r/r_i)^{C_0} - c \cot \varphi \quad (6)$$

$$C_0 = \frac{4(1+b) \sin \varphi}{(2+b)(1 - \sin \varphi)}$$

$$\alpha = \frac{(2+b) + (2+3b) \sin \varphi}{(1+b)(1 - \sin \varphi)}$$

围岩弹性区的应力和位移^[4]为

$$\sigma_r = p_o - (p_o - p_y) R^2/r^2 \quad (7)$$

$$\sigma_\theta = p_o + (p_o - p_y) R^2/r^2 \quad (8)$$

$$u = \frac{1}{2G} \frac{R^2(p_o - p_y)}{r} \quad \nu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (9)$$

式中 p_y 为围岩弹性极限荷载解析解; E 、 ν 分别为围岩的弹性模量和泊松比; G 为围岩剪切模量。

在弹塑性交界 $r=R$ 处,围岩弹性区的应力亦满足屈服方程式(3),且径向应力 σ_r 连续,整理得围岩塑性区半径 R 为

$$R = r_i \left(\frac{p_y + c \cot \varphi}{p_i + c \cot \varphi} \right)^{\frac{1}{C_0}} \quad (10)$$

$$p_y = \frac{2p_o - Y}{1 + \alpha} \quad Y = \frac{4(1+b) c \cos \varphi}{(2+b)(1 - \sin \varphi)}$$

在围岩塑性区内 $\varepsilon_1 = \varepsilon_\theta$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_r$,经典弹塑性理论假定塑性区体积应变为零,即

$$\varepsilon_v = \varepsilon_\theta + \varepsilon_z + \varepsilon_r = 0 \quad (11)$$

平面应变对应 $\varepsilon_z = 0$,将 $\varepsilon_r = du/dr$, $\varepsilon_\theta = u/r$ 代入式(11),并以围岩弹塑性交界 $r=R$ 处的位移 u_R 为边界条件,求得塑性区位移为

$$u = \frac{R}{r} u_R = \frac{1}{2G} \frac{R^2(p_o - p_y)}{r} \quad (12)$$

$$u_R = \frac{1}{2G} (p_o - p_y) R \quad (13)$$

由式(9)和式(12)可以看出,此时塑性区和弹性区的位移表达式完全一样,只是式(9)适用于 $r > R$ 的弹性区,式(12)适用于 $r_i \leq r < R$ 的塑性区。

为了更加真实地反映巷道变形情况,围岩塑性区的弹性应变由广义胡克定律确定,其表达式^[4]为

$$\varepsilon_r^e = \frac{1+\nu}{E} [(1-\nu)(\sigma_r - p_0) - \nu(\sigma_\theta - p_0)] \quad (14)$$

$$\varepsilon_\theta^e = \frac{1+\nu}{E} [(1-\nu)(\sigma_\theta - p_0) - \nu(\sigma_r - p_0)] \quad (15)$$

围岩塑性区具有明显的剪胀特性,体积应变不再为零,塑性应变之间的关系由非关联流动法则确定^[16],即

$$\beta \varepsilon_\theta^p + \varepsilon_r^p = 0 \quad (16)$$

式中 β 为剪胀特性参数 $\beta = (1 + \sin \psi) / (1 - \sin \psi)$, ψ 为剪胀角,一般小于或等于内摩擦角 φ 。

由式(16)可得

$$\beta \varepsilon_\theta + \varepsilon_r = \beta(\varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^p) + (\varepsilon_r^e + \varepsilon_r^p) = \beta \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_r^e \quad (17)$$

将式(5)、(6)代入式(14)、(15),其他同式(11),积分式(17)得巷道塑性区的位移解析解为

$$u = \frac{1}{2G} \frac{1}{r^\beta} \left\{ (p_0 - p_y) R^{\beta+1} + [C_1 (r^{\beta+C_0+1} - R^{\beta+C_0+1} + C_2 (r^{\beta+1} - R^{\beta+1}))] \right\} \quad (18)$$

$$C_1 = \frac{[1 - (1 + \alpha)\nu + \beta(\alpha - \alpha\nu - \nu)](p_i + c \cot \varphi)}{(\beta + C_0 + 1) r_i^{C_0}}$$

$$C_2 = -(1 - 2\nu)(p_0 + c \cot \varphi)$$

将 $r = r_i$ 代入式(18) 即得巷道洞壁位移 u_0 为

$$u_0 = \frac{1}{2G} \frac{1}{r_i^\beta} \left\{ (p_0 - p_y) R^{\beta+1} + [C_1 (r_i^{\beta+C_0+1} - R^{\beta+C_0+1}) + C_2 (r_i^{\beta+1} - R^{\beta+1})] \right\} \quad (19)$$

当 $p_i = 0$ 时,由式(19)可求得无支护巷道围岩最大洞壁位移 u_{\max} 。

式(5)、(6)和式(18)即为巷道围岩弹塑性应力和位移解析解,当统一强度理论参数 $b = 0$ 时,本文解析解退化为基于 M-C 强度准则解^[5]; $b = 1$ 时为基于双剪应力强度准则解。式(18)相比式(12)来说,考虑了围岩塑性区弹性应变和剪胀特性的影响,可以获得更真实的围岩特征曲线和支护压力 $\beta = 1$ 为不考虑围岩剪胀解。利用式(9)和(19)即可建立围岩特征曲线,描述巷道洞壁位移与支护力之间的关系。

3 解析解的应用

建立巷道围岩应力和位移解析解,可以了解应力和位移的大小及其分布,为监测仪器量程的选择、巷道安全等级评估等提供重要参考,同时可以通过建立围

岩特征曲线,结合支护特征曲线,确定支护压力,指导巷道支护设计,并对支护安全性作出评价。利用式(9)和(19)确定围岩特征曲线,探讨中间主应力和围岩剪胀特性对围岩特征曲线和支护压力的影响特性。取文献[5]的算例参数,洞室半径 $r_i = 1.0$ m,围岩材料参数为 $c = 1.73$ MPa, $\varphi = 30^\circ$, $\nu = 0.3$, $E = 1.0$ GPa,初始地应力 $p_0 = 10$ MPa。

不同的岩石具有不同的中间主应力 σ_2 效应,对应不同的统一强度理论参数 b 。参数 b 可以连续取 0 ~ 1,不同的 b 值对应不同的岩石中间主应力效应和不同的强度准则。当 $\beta = 1.5$ 时,取参数 b 分别为 0、0.5 和 1.0,围岩特征曲线如图 2(a) 所示,图中支护特征曲线是任意假定的长刚度支护,如钢拱架、非注浆锚杆、喷射混凝土等。围岩特征曲线和支护特征曲线的交点,即图中的实心小圆圈,其对应的压力即为支护压力。

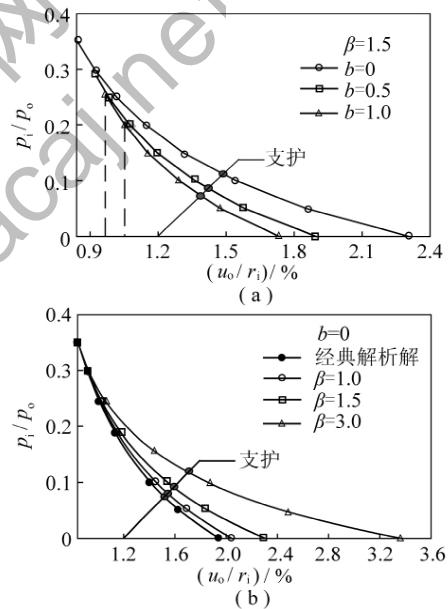


图 2 中间主应力和剪胀对围岩特征曲线的影响

Fig. 2 Influence of intermediate principal stress and dilatancy on the ground reaction curves

由图 2(a) 可以看出,随着 b 的增大,巷道进入塑性状态的支护压力不断减小,围岩特征曲线逐渐左移,表明在同样的支护力 p_i 作用下,围岩产生的变形越小。随着 b 的增大,巷道洞壁位移 u_0 不断减小, $b = 1$ 时的最大洞壁位移 u_{\max} 比 $b = 0$ 时减小了 24.9%,相应的支护可以对应减弱或改用轻型支护,因此考虑中间主应力 σ_2 的影响,可以更加充分发挥围岩的强度潜能和自承载能力,节约大量的工程费用。

围岩真实的剪胀角 ψ 与第三主应力 σ_3 或塑性剪应变 η 有关,在塑性区内不是常数。为了简化分析,取 3 个剪胀特性参数 β 值: 1.0 (不考虑围岩剪胀)、1.5 和 3.0 (由相关联流动法则确定的最大值^[16]),以及不考虑围

岩塑性区体积变化等4种情况,来初步分析围岩剪胀特性对巷道位移的影响,参数 β 对围岩应力没有影响,图2(b)给出了 $b=0$ 时围岩特征曲线的变化规律。

由图2(b)可看出,围岩的剪胀性越强,即剪胀特性参数 β 越大,巷道洞壁位移 u_0 越大,围岩特征曲线右移,所得支护压力不断增大。不考虑围岩塑性区体积变化的经典位移解对应的围岩特征曲线,明显低估了巷道洞壁位移和对应的支护压力,以此设计的巷道支护处于危险状态。剪胀对巷道位移的影响显著, $\beta=3.0$ 时的最大洞壁位移 $u_{0\max}$ 比 $\beta=1.0$ 时增大了64.8%,巷道支护设计应考虑围岩剪胀特性的显著影响。

4 结 论

(1) 本文应力和位移解析解合理考虑了中间主应力 σ_2 、围岩塑性区弹性应变和剪胀特性等综合影响,可自然退化到基于Mohr-Coulomb强度准则和双剪应力强度准则的解析解,具有广泛的理论意义,可进行参数多种选择。

(2) 中间主应力 σ_2 对围岩应力分布、塑性区半径、围岩特征曲线和支护压力均具有重要影响。随着统一强度理论参数 b 的增大,围岩特征曲线左移,围岩塑性区半径、巷道位移和支护压力均不断减小,说明考虑中间主应力 σ_2 可以更加充分发挥围岩的自承载能力,可减弱支护强度或改用轻型支护,节约大量的工程费用。

(3) 围岩剪胀特性对巷道位移分布、洞壁位移、围岩特征曲线和支护压力的影响显著。剪胀特性参数 β 越大,围岩特征曲线逐渐右移,所得支护压力不断增大,巷道支护设计应考虑围岩剪胀特性的显著影响。不考虑围岩塑性区体积变化的结果,明显低估了巷道洞壁位移和对应的支护压力,设计偏危险。

参考文献:

- [1] Jaeger J C, Cook N G W. Fundamentals of rock mechanics [M]. London: Methuen and Co., Ltd., 1979.
- [2] Brown E T, Bray J W, Ladanyi B, et al. Ground response curves for rock tunnels [J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1983, 109(1): 15-39.
- [3] Wang Y. Ground response of circular tunnel in poorly consolidated rock [J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1996, 122(9): 703-708.
- [4] Sharan S K. Analytical solutions for stresses and displacements around a circular opening in a generalized Hoek-Brown rock [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2008, 45(1): 78-85.
- [5] 刘夕才, 林韵梅. 软岩扩容性对巷道围岩特征曲线的影响 [J]. 煤炭学报, 1996, 21(6): 596-601.
- [6] 胡小荣, 俞茂宏. 三剪强度准则及其在巷道围岩弹塑性分析中的应用 [J]. 煤炭学报, 2003, 28(4): 389-393.
- [7] 徐栓强, 俞茂宏, 胡小荣. 基于双剪统一强度理论的地下圆形洞室稳定性的研究 [J]. 煤炭学报, 2003, 28(5): 522-526.
- [8] Xu S Q, Yu M H. The effect of the intermediate principal stress on the ground response of circular openings in rock mass [J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2006, 39(2): 169-181.
- [9] 范文, 俞茂宏, 陈立伟. 考虑材料剪胀及软化的有压隧洞弹塑性解析解 [J]. 工程力学, 2004, 21(5): 16-24.
- [10] 俞茂宏. 双剪理论及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [11] 俞茂宏. 岩土类材料的统一强度理论及其应用 [J]. 岩土工程学报, 1994, 16(2): 1-10.
- [12] Yu Maohong. Unified strength theory for geomaterials and its applications [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(2): 1-10.
- [13] 胡小荣, 俞茂宏. 统一强度理论及其在巷道围岩弹塑性分析中的应用 [J]. 中国有色金属学报, 2002, 12(5): 1021-1026.
- [14] 陈立伟, 彭建兵, 范文, 等. 基于统一强度理论的非均匀应力场圆形巷道围岩塑性区分析 [J]. 煤炭学报, 2007, 32(1): 20-23.
- [15] 潘晓明, 孔娟, 杨钊, 等. 统一弹塑性本构模型在ABAQUS中的开发与应用 [J]. 岩土力学, 2010, 31(4): 1092-1098.
- [16] 蒋明镜, 沈珠江. 岩土类软化材料的柱形孔扩张统一解问题 [J]. 岩土力学, 1996, 17(1): 1-8.
- [17] Jiang Mingjing, Shen Zhujiang. Unified solution of expansion of cylindrical cavity for geometries with strain softening behaviour [J]. Rock and Soil Mechanics, 1996, 17(1): 1-8.